RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta del 28 febbraio 1925

E. PATERNÒ, Socio anziano, *presidente*

MEMORIE E NOTE DI SOCI

Geologia. — *La serie secondaria capovolta e i grandi carreggiamenti nei Monti di Albenga, nelle Alpi Liguri.* Nota del Corrisp. Ing. SECONDO FRANCHI [1].

Una delle sezioni della catena alpino-appenninica nella quale si presentano alcuni dei problemi tettonici più complessi e astrusi è certamente quella compresa fra il Colle di Nava (Valle Tanaro) e il Colle dei Giovi. I geografi hanno stabilito in tale sezione il limite fra le Alpi e l'Appennino, ed ora i geologi vanno cercandovi il limite geologico più razionale, basato sulla tettonica, il quale dovrebbe costituire il naturale proseguimento, attraverso alla pianura dell'alto Po, con giro attorno alla collina di Torino, del famoso limite fra le vere Alpi e le cosidette Alpi Dinariche, ossia della famosa *linea alpino-dinarica* di Edoardo Suess [2].

Il più interessante, e nello stesso tempo il più complesso e più gravido di enigmi, fra i suddetti quesiti è certo quello della tettonica della regione interposta fra la Valle del Tanaro e la vasta pianura Albenga-Ce-

(1) Presentata nella seduta del 1° febbraio 1925.

(2) Sulla vera funzione di questa grande linea di frattura, estesa 400 km., nella tettonica delle Alpi Centrali e Orientali ancora si discute fra i geologi; ma sulla realtà di essa, almeno per la parte ad occidente dell'Oglio, non vi può esser dubbio; e, come già dissi altrove, la prosecuzione di essa non può cadere che tra il Colle dei Giovi e il Colle di Cadibona.

riale, regione che è profondamente drenata dal torrente Neva e dal suo affluente Pennavaira. Procuriamo di prepararne la soluzione, senza pretendere di darla completa e definitiva, non consendendolo lo stato delle osservazioni sul terreno.

Nella carta geologica delle Alpi Occidentali al 400.000, pubblicata dal R°. Uffeio geologico nel 1908, nella suddetta regione è indicato un importante sviluppo di Retico e di Lias fra i dintorni di Borghetto Santo Spirito, Zuccarello, Nasino e la Rocca di Carlo, terreni sottostanti, per rovesciamento, al Trias, ed è inoltre indicata la grande estensione di una formazione così descritta nella leggenda: «Breccie poligeniche, con elementi permiani, triasici e di calcari a pentacrini, passante ai calcari del Lias». L'osservazione dello sviluppo di essa, in rapporto colla topografia, dimostra chiaramente che questa formazione deve essere sottoposta al Lias, venendo così con essa completata la serie secondaria capovolta.

Io non mi dilungherò ad esporre come abbia potuto accadere che, in un pregevolissimo lavoro stampato un anno dopo quella carta (1), malgrado gli argomenti stratigrafici e paleontologici, che sono indicati nel brano di leggenda trascritto, quella formazione brecciosa anzichè nella parte superiore della serie giurassica, sia stata posta in parte nel Trias medio e in parte nel Permiano; ma un breve cenno storico della questione è indispensabile, a chiarimento di fatti poco comprensibili, quale è quello del grande ritardo nel giungere esplicitamente alla soluzione, che era chiaramente intraveduta molti lustri or sono.

Nelle mie prime gite, eseguite nel gennaio febbraio 1891 nei monti di Albenga, io ebbi la ventura di scoprire una faunula del Retico (*Avicula contorta*, *Terebratula gregaria*, *Cardita munita*, corallarî fascicolati, pentacrini) e abbondanti fossili del Lias (ammoniti, belemniti, corallarî, pentacrini, ecc.) in forza dei quali fossili, che furono determinati dal Prof. Canavari, estese zone di quei torrenti venivano a delinearsi fra Borghetto Santo Spirito, Zuccarello, Nasino nei due versanti della Valle Pennavaira, al monte Lapeu e alla Rocca di Carlo, oltre e sopra a quest'ultimo villaggio. Poco dopo, in compagnia dell'Ing. Zaccagna, si rinvennero, poco a valle del Ponte S. Pietro, nei calcari nerastri costituenti il letto del Pennavaira, oltre a molte belemniti, parecchi esemplari di ammoniti, fra cui uno paragonabile all'*Arietites spiratissimus*. Noi non potemmo a meno di notare il fatto curiosissimo, che mentre il Lias inferiore affiorava in fondo al torrente, i banchi del Retico si svolgevano invece abbastanza in alto sui fianchi della valle, mentre più in alto ancora e sulle cime, con grandi potenze e con andamenti pressochè orizzontali, si presentavano ordinatamente sovrapposte delle dolomie, che logicamente dovevano appartenere ad orizzonti più bassi della serie capovolta, cioè al Trias superiore e medio.

(1) D. Zaccagna, *Conformazione stratigrafica fra il torrente Neva e il Pennavaira in territorio di Albenga (Liguria occidentale)* «B. R. C. G.», 1909, p. 4.

Qualche mese dopo, cioè nella stessa primavera 1891, io sono stato destinato, allo studio delle valli Argentina e Roia, sì che non fu possibile coordinare il lavoro fatto nei monti di Albenga e trarre le deduzioni, che sarebbero state interessantissime, su quel mio primo rilevamento in terreni fossiliferi. Solo diede notizie dei ritrovamenti di fossili lo Zaccagna in una nota a piè di pagina di un suo noto lavoro sulle Alpi Graie (B. R. C. G. 1902, p. 399-400). Io ritornai sui luoghi di sfuggita a più riprese negli anni seguenti, allo scopo di elucidare gli interessantissimi fenomeni intraveduti e darne una prima illustrazione, ma molti altri còmpiti in regioni

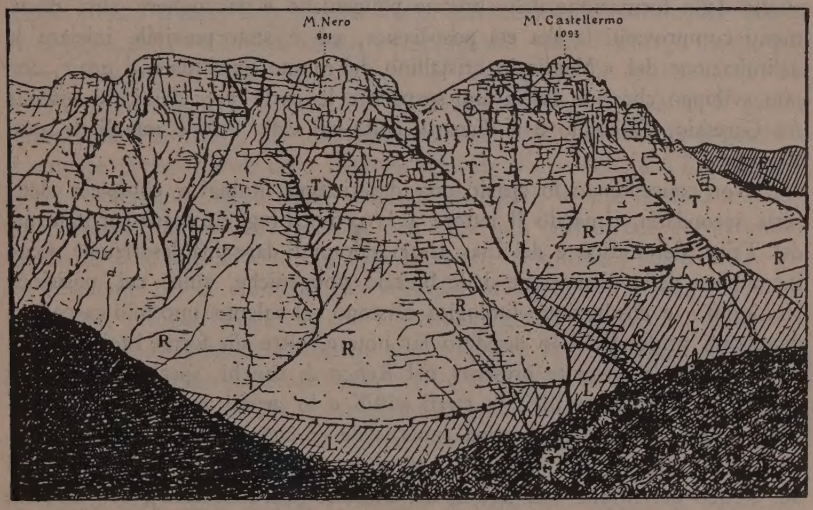


Fig. 1. — La serie secondaria capovolta nel versante destro del Pennavaira.
(Da fotografia presa stando sopra Verano).
T = Dolomie del Trias medio-sup.; R = Retico; L = Lias; E = Eocene.

sempre nuove, infine l'assorbente questione dell'età della zona delle pietre verdi, colle relative discussioni ultradecennali, mi hanno sempre impedito di dare esecuzione a quel mio progetto; finchè della geologia della regione in parola potei, finalmente, dare una rappresentazione, per quanto schematica, nella carta al 400.000 citata avanti. Nel frattempo aveva rivolta la sua attenzione sui monti di Albenga G. Rovereto, che pubblicò un interessante lavoro stratigrafico, proseguendo le ricerche di A. Issel [1]. Egli, certo ignorando l'elencazione fatta dallo Zaccagna nel 1902, dei fossili del Retico e del Lias, non la citò, ed affermò a sua volta l'esistenza di quei due terreni

(1) G. Rovereto, *Sulla stratigrafia della valle del Neva*, « Boll. Soc. Geol. it. », 1897, fasc. 1.

e di vari orizzonti del Trias medio e superiore, senza avvertire il capovolgimento della serie. Necessità di condotta dei rilevamenti in corso e ragioni ben comprensibili di opportunità, mi hanno impedito di ritornare sui monti di Albenga dopo la pubblicazione del citato lavoro dello Zaccagna. Dopo di esso vi fece invece delle osservazioni J. Boussac (1).

Ma la revisione della stratigrafia e della tettonica della regione è diventata ora una necessità, allo scopo di ottenere il coordinamento dei contorni geologici al contatto del foglio di Boves al 100.000 con quello di Albenga-Savona, rilevato in gran parte dall'Ing. Zaccagna. Così nella seconda metà della decorsa campagna geologica ho potuto, dopo tanti anni, continuare lo studio della formazione delle breccie poligeniche e raccogliere altri documenti comprovanti la sua età post-liasica, ed è stato possibile iniziare la delimitazione del « Massiccio cristallino del monte Spinarda » il quale, con uno sviluppo che non lasciavano sospettare le carte precedenti, si estende fra Garessio, Calizzano e il Tanaro, dalla cui valle esso è intagliato sotto Bagnasco.

Non consentendo lo spazio una descrizione litologica completa della serie secondaria, rimando il lettore al lavoro dell'Ing. Zaccagna per le forme del Trias, del Retico e del Lias, riservandomi di dare una descrizione meno incompleta della formazione delle breccie poligeniche, sulla cui posizione stratigrafica e costituzione litologica esistono col valentissimo mio ex-collega disaccordi profondi. Solo desidero far notare, oltre alle forme litologiche da questi citate, la costante presenza nel Retico di banchi speciali di calcari compatti, talora dolomitici, in strati sottili e in grossi banchi, i quali presentano una caratteristica patina superficiale di alterazione, di colore verde-oliva o verde-giallastra, la quale è stata da me notata in banchi analoghi del Retico del Monte Chaberton, del Melezet (Bardonecchia), dei dintorni di Isoverde e dell'Alta Valtellina.

Formazione delle breccie poligeniche.

Nella leggenda della carta al 400.000 già citata, io ho accennato al fatto, che questa formazione sembra presentare dei passaggi graduali, per interstratificazione dei propri banchi con quelli del Lias, a questo terreno. Tale fatto lo si nota nel letto del Pennavaira, a monte della Fonte Calda (a sud e a sod-ovest del M. Arena) dove, per oltre un chilometro, affiorano le breccie poligeniche, banchi delle quali si vedono nei due fianchi interporsi fra gli strati di calcari neri del Lias, riccamente selciferi con innumerevoli vene calcitiche trasversali, presentanti frequenti belemniti e crinoidi. Per l'abbassamento della serie poco più su, il letto e i fianchi della

(1) J. Boussac, *Les grands phénomènes de recouvrement des Alpes Maritimes italiennes et la fenêtre de Castelvecchio* « Comptes-Rendus », t. 151, p. 1163, dicembre 1910.

valle sono scavati completamente nel Lias, i cui calcari, in grossi banchi resistenti, formano alte rupi, fin presso il Ponte di Viaretto. Poco a valle di questo vengono a riaffiorare le breccie, con leggera pendenza verso valle, prima nel letto del torrente poscia sui due fianchi, dove il limite di esse si va gradatamente innalzando.

L'anzidetto apparente passaggio della formazione brecciosa al Lias, il quale non esclude che localmente siano visibili delle chiare trasgressioni, si osserva pure molto bene risalendo per poco la mulattiera che dal detto ponte sale verso Nasino, e la successione e l'associazione delle varie forme litologiche si può analizzare in modo che non potrebbe essere più dimostrativo, nella trincea della nuova strada carrozzabile, a partire dal punto di distacco della mulattiera stessa, e rimontando verso l'Albergo Costa, poi verso i villaggi di Costa, Vignoletto e la liassica Rocca di Carlo, da un lato, e verso Nasino e le falde del M. Lapeu dall'altro. I banchi di questa formazione e la natura dei loro elementi costituenti più svariati si possono esaminare perfettamente nella suddetta trincea, ricevendone una impressione di vera meraviglia: degli scisti sericitici varicolori, di tipi identici a quelli del Permiano, si vedono alternare, nel modo più chiaro, con regolarissimi banchi di brecciole ad elementi essenzialmente dolomitici; pochi metri più su si vedono invece alternare con analoghe brecciole dei banchi breccioidi grossolani, a fondo sericitico, con blocchi irregolari di calcari marmorei con piccolissimi pentacrini, mentre qua e là vere lenti di questi stessi calcari nettamente interstratificati nello scisto, ci dànno la dimostrazione che questo è coevo del calcare a pentacrini. Ad un certo punto, dopo la ripetizione di analoghe associazioni di strati, sempre regolarmente pendenti verso valle di 15-20°, la trincea cessa per riprendere nei pressi della cappella di S. Marco, dove nelle breccie grossolane si osservano blocchi di micascisto di 2 m. di grossezza, e poco oltre non meno grossi blocchi di dolomia. Ancora più sù, nel giro della strada, a sud di Nasino, si vedono, nella trincea e nel letto del torrente, le breccie sostituite da arenarie, le quali a luoghi presentano sorprendenti rassomiglianze con quelle dell'Eocene, tanto che sono state da qualcuno ad esse assimilate. Però presso l'Albergo Costa e e nella trincea scavata per costruirvelo, si vede molto chiaramente l'incuneamento delle arenarie nelle breccie poligeniche, le quali si vedono poi riprendere sopra le arenarie nella salita alla chiesa, associate a scisti sericitici tipici, sopra una zona dei quali è basato l'alto campanile [1]. La formazione brecciosa ha un enorme sviluppo nella valle Lavezzo, costituendo nei due versanti di essa la potente base del Lias della Rocca di Carlo da un lato e del Monte Lapeu dall'altro, poi tutta l'asprissima Costa delle

(1) Mi sono posta la domanda se queste arenarie non potessero essere veramente eoceniche e costituire una finestra, ma questa ipotesi non mi parve sostenibile.

Alla frequenza di queste zone di scisti sericitici di tipo permiano bisogna certo attribuire l'erronea assegnazione di una parte della formazione brecciosa al Permiano.

Gettine, giungendo al Colle del Prion e alla vetta del M. Galero (1709 m.), nel cui versamento nord e per un tratto di 600 m. a sud, le breccie sono ricoperte da dolomie e calcari la cui età, colle poche tracce di fossili, non è ancora possibile precisare. Le stesse breccie, che al Colle del Prion è più a sud, sono coperte dall'Eocene, e sono in rapporti molto strani con lembi esotici di quarziti e di dolomie del Trias, vengono più a nord a sovrapporsi alle quarziti del M. Scalabrino, lembo esotico sovrapposto a un

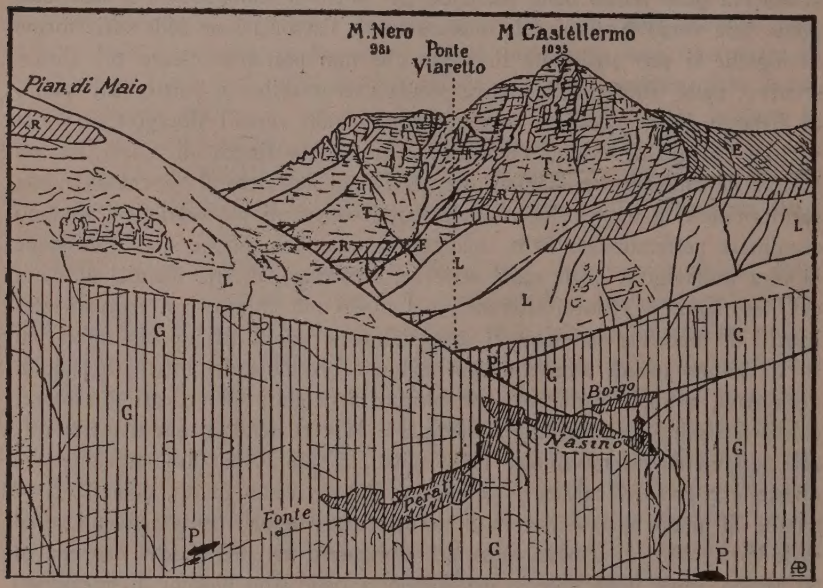


Fig. 2 — La serie secondaria capovolta nei dintorni di Nasino.

(Da fotografia presa dal Pilone del Tasso).

T = Trias medio-sup.; R = Retico; L = Lias; G = Breccie poligeniche
P = Lenti di calcari marmorei con piccoli pentacrini;
E = Eocene; F = Grande faglia.

enorme banco di calcare giurese, al quale le nostre breccie vengono invece a sovrapporsi direttamente alla vicina Rocca Seriora (1362 m.). Sempre in questo versante del Tanaro le breccie si sovrappongono poco più ad est alle dolomie del Trias presso il Truc Prato del Poco e sopra la Fontana delle Meraviglie, per costituire poi verso sud-est tutto l'accidentato crinale, tra il M. Galero e il M. Alpe, e buona parte del suo versante verso il torrente Neva. La stessa formazione brecciosa, cogli analoghi caratteri e sempre con inclusione di elementi cristallini e permiani, si mostra: 1° in una sinclinale fiancheggiata da quarziti al M. Pennino, dove ho avuto il piacere di farla osservare, nello scorso agosto, al Prof. Parona, che da molto tempo

ne conosceva gli elementi calcarei con pentacrini; 2° in un vasto lembo addossato al M. Schenasso, ad oriente del Colle S. Bernardo, dove esse ricoprono in parte un affioramento di gneiss del Massiccio del M. Spinarda, e, a grande distanza di lì, 3° presso la spiaggia, tra la stazione di Cariale e Peagna, dove esse sono ricoperte (?) dall'Eocene con piccole nummuliti.

Fra gli elementi delle breccie sono frequenti blocchi di calcari del Lias di vari tipi e forse anche di Giurese, le quali presentarono, fin da molti anni or sono (1905) dei pentacrini, che ora trovai molto frequenti, ma sempre indeterminabili specificamente; ma nello scorso settembre, siccome già ho accennato, osservai in vari livelli della formazione brecciosa, numerose lenti di calcari marmorei con piccoli pentacrini. Oltre a quelle indicate presso il Ponte di Viaretto, cito quelle notate in condizioni identiche, fra scisti scricitici e brecciole, nella trincea della strada carrozzabile al punto di distacco da essa dalla mulattiera che sale a Costa e a Vignaletto; ma più interessanti, a causa della maggior grandezza, che permette di veder meglio la loro perfetta inserzione nella formazione brecciosa, sono altre due lenti: la prima sta pochi metri sopra la strada, oltre alla Fontana della borgata di Nasino detta Perati, ed ha la potenza di 9-10 m., con estensione di una trentina (v. fig. 2); lenti calcaree minori le stanno vicine, qualcuna pure con pentacrini. La seconda è proprio sulla mulattiera che conduce alla Madonna della Neve, presso le C. Posa, in un punto detto La Posa, e presenta questo di singolare che nel calcare marmoreo sono noduli e striscie dolomitiche giallognole. Certamente ulteriori ricerche permetteranno di delimitare numerosissime altre lenti di codesti calcari a piccoli pentacrini, i quali però disgraziatamente non presentarono finora, nemmeno in sezione sottile, altre forme organiche all'infuori dei crinoidi.

La formazione delle breccie poligeniche, deposta sul Lias in un periodo di grande trasgressione, della cui lunghissima durata, dà la misura la sua enorme potenza (300-400 m.), è dunque o liasica superiore, o più probabilmente giurese; essa completa la serie capovolta, potente circa un migliaio di metri.

Questa singolarissima formazione presenta certamente delle analogie colle breccie calcari che si riscontrano nel Lias a *facies piemontese* che ordinaria, e nel Giurese in molti punti delle Alpi occidentali italiane sia colle famose *Brèches du Télégraph* indicate dal Kilian, come aventi enormi sviluppi e potenze, nel Lias del Brianzonese; ma essendo quelle del Lias medio, le nostre sarebbero sensibilmente più giovani.

Elucidato così, per quando i resti fossili lo permettono, il quesito stratigrafico nelle sue grandi linee, altri formidabili quesiti si affacciano:

1° - In quale bacino, e in quali condizioni si potè mai depositare questa singolarissima e stupefacente formazione brecciosa, alla quale hanno fornito elementi, soventi di grandi dimensioni, terreni tanto disparati, cri-

stallini, permiani, triasici e liasici, se non pure giuresi, senza ordine riconoscibile?

2° - Poichè il capovolgimento della serie deve implicare almeno un rovesciamento completo di piega, che deve estendersi almeno una diecina di chilometri, si tratta senza alcun dubbio di un grande carreggiamento. Orbene, dove è la zona delle radici, ossia dove era il bacino in cui la potente serie secondaria si è originariamente depositata? Quale è stata la direzione del movimento? Su quale substratum si rovesciò e venne carreggiata la piega coricata?

3° - Il modo di appoggiarsi dell'Eocene in trasgressione contro le testate delle dolomie del Trias, sul Retico e sul Lias, tra il versante occidentale del M. Castellermo e il M. Torretta e la sovrapposizione dell'Eocene sulle breccie al Colle del Prion sembrerebbero dimostrare che questo carreggiamento sia stato anteriore all'Eocene; ma come potrebbe ciò conciliarsi coll'età certamente post-eocenica dei vicini carreggiamenti del M. Armetta e dell'Antoroto?

Solo il rilevamento completo, minuzioso e paziente di tutta la regione potrà permettere di rispondere, e forse solo in parte, a questi ardui quesiti.

NOTE PRESENTATE DA SOCI

Geometria. — *Géométrie projective des bandes d'éléments de contact de troisième ordre.* Nota di EDUARD ČECH, presentata dal Corrisp. GUIDO FUBINI [1].

1. Soient $x(u_1, u_2)$ et $\xi(u_1, u_2)$ les coordonnées homogènes normales de M. Fubini respectivement des points et des plans tangents d'une surface réelle non réglée S. Soient φ_2, φ_3 les deux formes différentielles normales qui déterminent l'élément linéaire projectif de S.

Nons ferons usage du calcul absolu, φ_2 étant la forme fondamentale. Soit:

$$\varphi_2 = \Sigma a_{ik}\, du_i\, du_k \;,\quad \varphi_3 = \Sigma a_{ikl}\, du_i\, du_k\, du_l \;,$$

$$A = a_{11}\, a_{22} - a_{12}^2 \;,\quad \varepsilon = -\operatorname{sgn} A \;,$$

$$\vartheta_{11} = 0 \;,\quad \vartheta_{12} = \sqrt{|A|} \;,\quad \vartheta_{21} = -\sqrt{|A|} \;,\quad \vartheta_{22} = 0 \;,$$

$$Du_i = \Sigma a^{ir}\, \vartheta_{rs}\, du_s \;,$$

$$\varphi'_3 = \Sigma a_{ikl}\, du_i\, du_k\, Du_l = \Sigma b_{ikl}\, du_i\, du_k\, du_l \;,$$

$$a_{ikl,r} = \varepsilon \Sigma \vartheta_{rs}\, \psi^s \cdot b_{ikl} \;,\quad K = \text{courbure de } \varphi_2 \;.$$

(1) Presentata nella seduta del 16 novembre 1924.

Nous choisissons comme troisième forme différentielle la forme linéaire $\Sigma\tau_i du_i$ telle que les équations fondamentales soient:

$$x_{rs} = \Sigma a^i_{rs}\, x_i + \frac{1}{2}\Sigma a^i_{rs}(\tau_i - \psi_i)\, x + a_{rs}\, X\,,$$

$$X_i = \frac{1}{2}\left[\tau_i - K_i - \Sigma a^{rs}_i(\psi_{r,s} + \psi_r \psi_s)\right] x + (1 - K)\, x_i +$$

$$+ \frac{1}{2}\Sigma a^{rs}_i(\tau_s + \psi_s)\, x_r\,,$$

où:

$$X = \frac{1}{2}\Delta_2\, x\,.$$

2. Soit C une courbe non asymptotique de S, et soient B_3 et B_4 respectivement les bandes d'éléments de contact de troisième et de quatrième ordre de la surface S le long de C. Soit, les différentielles se rapportant au passage le long de S,

$$e = \operatorname{sgn}\varphi_2\,.$$

J'appelle *arc projective de* B_3 l'intégrale:

$$s = \int \sqrt{|\varphi_2|}\,.$$

Pour déterminer la bande B_3, il faut connaître les coordonnées normales x et ξ le long de C et, en outre, le signe ε et le signe de l'invariant P_2 défini plus bas. La bande B_3 est déterminée à une homographie près, si on connaît en fonction de S les valeurs des invariants:

$$P_1 = e\frac{\varphi_3}{\sqrt{|\varphi_2|^3}}\,, \qquad P_2 = e\frac{\varphi'_3}{\sqrt{|\varphi_2{}^3|}}\,,$$

$$Q = \frac{S\,(dx\, d^2x)\,(d\xi\, d^2\xi)}{ds^6}\,,$$

$$R_1 = \frac{(x\, dx\, d^2x\, d^3x)}{ds^6}\,, \qquad R_2 = \frac{(\xi\, d\xi\, d^2\xi\, d^3\xi)}{ds^6}\,,$$

$$N = P_1 Q + \frac{1}{2}\frac{S\,[(dx\, d^2x)\,(d\xi\, d^3\xi) - (dx\, d^3x)\,(d\xi\, d^2\xi)]}{ds^7}\,.$$

Entre P_1 et P_2 il y a la relation:

$$P_1{}^2 - \varepsilon P_2{}^2 = \frac{1}{2}\, e = \pm\frac{1}{2}\,.$$

3. En chaque point de C, on peut attacher à la bande B_3 un tétraèdre Δ aux sommets A_0, A_1, A_2, A_3, où :

$$A_0 = x,\quad A_1 = \frac{dx}{ds},\quad A_2 = -\left(\xi\frac{d\xi}{ds}\frac{d^2\xi}{ds^2}\right),$$

$$A_3 = \frac{d^2x}{ds^2} - P_1\frac{dx}{ds} + \frac{1}{2}Qx.$$

Alors, on a les formules fondamentales :

$$\frac{dA_0}{ds} = A_1,$$

$$\frac{dA_1}{ds} = -\frac{1}{2}QA_0 + P_1A_1 + A_3,$$

$$\frac{dA_2}{ds} = R_2A_0 - P_1A_2,$$

$$\frac{dA_3}{ds} = NA_0 - \frac{1}{2}QA_1 - R_1A_2.$$

3. Si la bande B_3 appartient à une surface S dont on connaît les formes φ_2, φ_3, $\Sigma\tau_i\,du_i$, on obtient les invariants Q, R_1, R_2, N selon les formules :

$$Q = \varepsilon(P_2^2 - g^2) + e(K - 1) - e\frac{\Sigma a^i_{rs}\tau_i\,du_r\,du_s}{\varphi_2},$$

$$R_1 - \varepsilon R_2 = 2\left(\frac{dP_2}{ds} + P_1 g\right) + e\frac{\Sigma b^i_{rs}\psi_i\,du_r\,du_s}{\varphi_2},$$

$$R_1 + \varepsilon R_2 = -2\left(\frac{dg}{ds} + P_1P_2\right) + e\frac{\Sigma b^i_{rs}\tau_i\,du_r\,du_s}{\varphi_2},$$

$$2N = -g(\varepsilon R_1 - R_2) - P_2(\varepsilon R_1 + R_2) - e\frac{d}{ds}\left(\frac{\Sigma a^i_{rs}\psi_i\,du_r\,du_s}{\varphi_2}\right) +$$

$$+ e\frac{\Sigma\tau_i\,du_i - \Sigma a^i_{rs}(\psi_{r,s} + \psi_r\psi_s)}{ds} +$$

$$+ e\varepsilon g\frac{\Sigma b^i_{rs}\psi_i\,du_r\,du_s}{\varphi_2} + e\varepsilon P_2\frac{\Sigma b^i_{rs}\tau_i\,du_r\,du_s}{\varphi_2},$$

où :

$$g = e\frac{\Sigma\vartheta_{rs}\,du_r\,\delta^2u_s}{\sqrt{|\varphi_2|^3}}.$$

Le tetraèdre Δ s'obtient moyennant les formules :

$$x = A_0 , \frac{dx}{ds} = A_1 , \frac{Dx}{ds} = (g + P_2) A_0 + \varepsilon A_2 ,$$

$$e\left[X + \frac{1}{2}(K - 1) x\right] = \frac{1}{2}\left[e \frac{\Sigma a^i_{rs} \psi_i \, du_r \, du_s}{\varphi_2} - \varepsilon (g^2 - P_2^2)\right] A_0 -$$
$$- (g - P_2) A_2 + A_3 .$$

4. La bande B_3 étant connue, pour déterminer la bande B_4 qui la contient il faut et il suffit de connaître encore les invariants :

$$H_1 = \frac{\Sigma \psi_i \, du_i}{ds} , H_2 = \frac{\Sigma \psi_i \, Du_i}{ds} ,$$

entre lesquels on a l'identité :

$$3 P_2 H_1 - P_1 H_2 = 3 (R_1 - \varepsilon R_2^1) - 8 \frac{d P_2}{ds} ,$$

ainsi qu'il suffit de connaître le seul invariant :

$$3 P_1 H_1 - \varepsilon P_2 H_2 .$$

Par exemple, on peut obtenir les invariants :

$$\Phi = \Sigma \psi_i \psi^i , \Psi = \Sigma a^{rst} \psi_r \psi_s \psi_t , \Psi' = \Sigma b^{rst} \psi_r \psi_s \psi_t$$

(liés par l'identité :

$$\Psi^2 - \varepsilon \Psi'^2 = \frac{1}{2} \Phi^3)$$

de l'élement de contact de quatrième ordre de S moyennant les formules :

$$e \Phi = H_1^2 - \varepsilon H_2^2 ,$$
$$\Psi = - P_1 H_1^3 + 3 \varepsilon P_2 H_1^2 H_2 - 3 \varepsilon P_1 H_1 H_2^2 + P_2 H_2^3 ;$$
$$\Psi' = - P_2 H_1^3 + 3 P_1 H_1^2 H_2 - 3 \varepsilon P_2 H_1 H_2^2 + \varepsilon P_1 H_2^3 .$$

5. J'ai déduit quelques propositions géométriques de la théorie analytique dont je viens de résumer ce qu'il y a de plus important. En voici deux qui me semblent remarquables : Si deux surfaces ont contact de troisième ordre le long d'une courbe de Segre C, elles ont en chaque point de C la même normale projective. Si deux surfaces ont contact de troisième ordre le long d'une courbe de Darboux C, elles ont en chaque point de C le même

axe. Par l'axe de la surface S au point x j'entends la droite intersection des plans osculateurs en x aux trois courbes de Segre y passant.

6. Un exposé complet de ce qui vient d'être résumé paraitra dans les Publications de la Faculté des Sciences de l'Université Masaryk, Brno, Tchécoslovaquie dans le Mémoire *Courbes tracées sur une surface dans l'espace projectif.*

Matematica. — *Su una proposizione dell'Almansi.* Nota di Francesco Sbrana, presentata dal Socio T. Levi-Civita [1].

1. In una Nota con questo titolo [2], il prof. Picone ha stabilito diverse proprietà notevoli della funzione di linea:

$$J(y) = \left\{ \int_a^b y^2\, dx - \frac{1}{b-a} \left(\int_a^b y\, dx \right)^2 \right\} : \int_a^b y'^2\, dx,$$

già considerata dall'Almansi, che ne determinò il valore massimo, in corrispondenza di tutte le funzioni y con derivata continua, per le quali $y(a) = y(b)$. Il prof. Tonelli ha poi mostrato che il risultato dell'Almansi sussiste sotto condizioni più generali per la y, e queste condizioni sono riportate nel primo enunciato della Nota del prof. Picone. Ci sembra tuttavia possa presentare un certo interesse la seguente semplice dimostrazione del teorema generalizzato di Almansi-Tonelli, suggeritaci dalla lettura della Nota citata.

2. Come risulta da quanto ha osservato il prof. Picone, ponendo:

$$u = y - \frac{1}{b-a} \int_a^b y\, dx,$$

(donde segue:

$$u(a) = u(b), \int_a^b u\, dx = 0),$$

possiamo ridurci a mostrare che:

$$(1) \qquad J(u) = \int_a^b u^2\, dx : \int_a^b u'^2\, dx \leq \frac{(b-a)^2}{4\pi^2}.$$

(1) Presentata nella seduta del 16 novembre 1924.

(2) « Bollettino dell'Unione Matematica Italiana », 1923, pp. 97-101.

Con un semplice cambiamento di variabile, dalla (1) si trae che dev'essere:

$$(2) \qquad K(u) = \int_{-\pi}^{\pi} (u'^2 - u^2)\, dx \geqq 0,$$

con le condizioni:

$$(3) \qquad u(\pi) = u(-\pi), \int_{-\pi}^{\pi} u\, dx = 0.$$

Si riconosce poi subito che basta dimostrare la (2) successivamente per u funzione pari, e per u dispari. Posto, infatti,

$$u = u_1 + u_2,$$

con

$$u_1 = \frac{1}{2}\left\{u(x) - u(-x)\right\} \quad , \quad u_2 = \frac{1}{2}\left\{u(x) - u(-x)\right\},$$

la prima delle funzioni al secondo membro è pari, e l'altra dispari; ed essendo nulli gl'integrali:

$$\int_{-\pi}^{\pi} u_1 u_2\, dx, \int_{-\pi}^{\pi} u'_1 u'_2\, dx,$$

si trova:

$$K(u) = K(u_1) + K(u_2).$$

3. Sia la u funzione dispari: essa dovrà annullarsi, oltre che per $x = 0$, anche per $x = \pm\pi$. Si ha allora l'uguaglianza, (analoga ad alcune altre stabilite dal prof. Picone [1]),

$$(4) \qquad \int_{-\pi}^{\pi} (u' - u\cot x)^2\, dx = \int_{-\pi}^{\pi} (u'^2 - u^2)\, dx.$$

Risulta così dimostrata, in questo caso, la (2); ove sussisterà il segno inferiore solo per $u = \alpha \operatorname{sen} x$, con α costante.

Se u è pari, per la seconda delle condizioni (3), dev'essere:

$$\int_0^{\pi} u\, dx = \int_0^{-\pi} u\, dx = 0.$$

(1) Ved. l. cit., p. 99.

Per conseguenza, posto:

$$\varphi(x) = \int_0^x u(t)\,dt\,,$$

$\varphi(x)$, (che è dispari), si annulla per $x = \pm\pi$; e si ha:

$$(5) \qquad \int_{-\pi}^{\pi} (u^2 - \varphi^2)\,dx = \int_{-\pi}^{\pi} (u - \varphi \cot x)^2\,dx\,.$$

Essendo poi:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \varphi\, u'\,dx = -\int_{-\pi}^{\pi} u^2\,dx\,,$$

si trova:

$$\int_{-\pi}^{\pi} (u' + \varphi)^2\,dx = \int_{-\pi}^{\pi} u'^2\,dx + \int_{-\pi}^{\pi} \varphi^2\,dx - 2\int_{-\pi}^{\pi} u^2\,dx\,,$$

ovvero:

$$\int_{-\pi}^{\pi} (u'^2 - u^2)\,dx = \int_{-\pi}^{\pi} (u' + \varphi)^2\,dx + \int_{-\pi}^{\pi} (u^2 - \varphi^2)\,dx\,.$$

A causa della (5), il secondo membro di quest'ultima uguaglianza è positivo o nullo; ed è nullo unicamente quando sia $u = \alpha \cos x$, con α costante.

Matematica. — *Sulla costante di Eulero,* $C = 0{,}577\cdots$, Nota di GIOVANNI VACCA, presentata dal socio V. VOLTERRA [1].

L. Euler in varie sue pubblicazioni [2] si occupò di una costante che ora porta il suo nome. La studiò da molti punti di vista e la indicò con varî simboli, ma non riuscì a soddisfare la curiosità che desta la contemplazione di questo numero [3].

(1) Presentata nella seduta del 15 febbraio 1925.

(2) La prima è probabilmente: *Observat. de Progr. harmonicis*, Comm. Ac. Petr. t. 7 ad annos 1734 et 1735.

(3) *De summis serierum numeros Bernoullianos involventium*, Nov. Comm. Petr. t. 14, I, 1769, pp. 154, 159:

« $O = 0{,}577215664901532\,5$ *qui numerus eo majori attentione dignus videtur, quod eum, cum olim in hac investigatione multum studium consumsissem, nullo modo ad cognitum quantitatum genus reducere valui... Manet ergo quaestio magni momenti, cuiusnam indolis sit numerus iste* O, *et ad quodnam genus quantitatum sit referendus* ».

Ancor oggi, malgrado gli sforzi di molti studiosi, non sappiamo dimostrare nemmeno la semplice irrazionalità di questa costante, sebbene sia presumibile che si tratti di una irrazionalità non algebrica.

Hermite [1] ha visto tutta l'importanza e la difficoltà del problema. Non sembra che vi sia altra via se non quella di ricercare serie numeriche semplici che rappresentino tale costante, nella speranza che opportuni ragionamenti su alcuna di esse, analoghi a quelli che hanno permesso di dimostrare prima l'irrazionalità e poi la trascendenza di e e di π, conducano al risultato.

La prima serie numerica di questo tipo è dovuta a Gregorio Fontana [2], ed è stata pubblicata da L. Mascheroni [3] nel 1790. Mascheroni indica la costante di Eulero con A.

$A = 0{,}577215\cdots$ La serie di Fontana è:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.2.3.4} + \frac{19}{4.2.3.4.5.6} + \cdots$$

La legge di formazione dei termini non è spiegata in modo semplice da Fontana, nè da Mascheroni, ma è stata esaurientemente analizzata da Bessel [4], nel 1812.

Bessel, dopo aver definito i coefficienti

$$A_r = \int_0^1 \frac{n(n-1)\cdots(n-r)}{1.2.\quad\cdots(r+1)}\,dn,$$

ossia:

$$A_0 = \frac{1}{2}$$

$$A_1 = -\frac{1}{12} = \frac{1}{2!}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)$$

$$A_2 = \frac{1}{24} = \frac{1}{3!}\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{3} + \frac{2}{2}\right)$$

$$A_3 = -\frac{19}{720} = \frac{1}{4!}\left(\frac{1}{5} - \frac{6}{4} + \frac{11}{3} - \frac{6}{2}\right)$$

trova, seguendo Fontana: $C = 0{,}577\cdots = A_0 - \frac{A_1}{2} + \frac{A_2}{3} - \frac{A_3}{4} + \cdots$

(1) Hermite, *Correspondance*, Paris, 1904, pp. 456, 459, 465, 471. Hermite scriveva a Stieltjes nel 1889: « *à l'égard de la constante d'Euler, je crois pouvoir vous assurer qu'aucun oeil humain jusqu'ici n'a même sondé le mystère de son irrationalité. Ce serait donc une grande et belle découverte de démontrer que* C *est incommensurable; mais d'où a pu venir un rayon de lumière sur une question si cachée, si profonde?* ».

(2) Gregorio Fontana, professore all'Università di Pavia, n. nel 1735, m. nel 1803.

(3) Mascheroni, *Adnotationes ad calculum integralem Euleri*, Ticini, 1790, p. 21.

(4) F. W. Bessel, *Abhandlungen*, Leipzig, 1876, t. 2, p. 332. La serie di Fontana è riportata da Lacroix, *Traité de calcul différentiel et de calcul intégral*, tome 3me, Paris, 1819, p. 516. Il Lacroix dà notizia imperfetta dell'importante memoria di Bessel, ibid. p. 525. Cfr. altresì Abel, *Œuvres*, Christiania, 1839, t. 2, p. 22.

Recentemente [1] il prof. J. C. Kluyver, modificando leggermente l'espressione dei coefficienti A_r di Bessel, e ricorrendo alle relazioni ricorrenti che legano tra loro le A_r (già enunciate da Fontana, e riprodotte da Lacroix [2]) ha dato della costante C una notevole espressione come limite di un determinante:

$$C = -\lim_{n=\infty} \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & \frac{1}{1} & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n} & \frac{1}{n-1} & \cdots & \cdots & \frac{1}{1} \end{vmatrix}$$

Nel 1910, io avevo dato [3] una dimostrazione indiretta della notevole relazione:

$$C = 0{,}577\cdots = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) +$$

$$+ 3\left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \cdots - \frac{1}{15}\right) + 4\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{17} + \cdots - \frac{1}{31}\right) + \cdots$$

Desidero [4] ora mostrare come questa relazione sia suscettibile di una semplicissima dimostrazione.

Se nella identità (dovuta a Catalan):

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots - \frac{1}{2n}$$

(1) J. C. Kluyver, *Euler's constant and natural numbers*. «Proc. of the Kon. Ak. van Wet. te Amsterdam», vol. 27, n. 1, febr. 1924.

(2) Lacroix, l. c., p. 514; Mascheroni l. c., p. 23.

(3) «Quart. Journal of Pure and Applied Mathematics», vol 41, p. 363.

(4) Vari scrittori hanno dato altre notevoli dimostrazioni, p. es. il Dr. Glaisher (ibid. vol. 41, p. 365), il prof. Hardy (ibid. 1912, vol. 43, p. 215), il prof. Kluyver (ibid. 1924, vol. 50, p. 185).

si pone successivamente $n = 1, 2, 4, 8, 16, \cdots, 2^h$, si sommano tutte le eguaglianze così ottenute e si sottraggono dalla

$$\log(2^h) = h \log 2,$$

si ha:

$$\log(2^h) - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \cdots - \frac{1}{2^h} =$$

$$= \log 2 - 1 + \frac{1}{2} +$$

$$+ \log 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} +$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ \log 2 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \cdots + \frac{1}{2^h}$$

Ponendo $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots$, sommando i termini omologhi, e passando al limite per $h = \infty$, si ha:

$$1 - C = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + 3\left(\cdots\right) + \cdots$$

decomponendo poi $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots$, se ne conclude subito:

$$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 2\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \cdots \qquad c.\,v.\,d.$$

Osserverò infine che è possibile trovare altre espressioni aritmetiche più semplici, di cui la costante Euleriana è il limite.

Posto infatti:

$$H_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{n},$$

si ha:

$$C = \lim_{n=\infty} (H_n - \log n) = \lim_{n=\infty} [H(n^2) - 2 \log n].$$

Quindi, sottraendo:

$$C = \lim_{n=\infty} [2 H_n - H(n^2)] = \lim_{n=\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} - \cdots - \frac{1}{n^2}\right).$$

Analogamente si dimostra che:

$$C = \lim_{n=\infty} [3\,H(n^2) - 2\,H(n^3)],$$

ed un po' più generalmente che, essendo r un intero positivo:

$$C = \lim_{n=\infty} [(r+1)\,H(n^r) - r\,H(n^{r+1})],$$

ovvero anche, essendo n un intero positivo maggiore di 1, che:

$$C = \lim_{r=\infty} [(r+1)\,H(n^r) - r\,H(n^{r+1})],$$

quindi per esempio:

$$C = \lim_{r=\infty}\left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2^r} - r\left(\frac{1}{2^r+1} + \frac{1}{2^r+2} + \cdots + \frac{1}{2^{r+1}}\right)\right].$$

Queste espressioni, che credo nuove, potranno forse dar origine ad altre considerazioni sulla natura di una costante, la cui importanza nell'analisi va ogni giorno crescendo [1].

Calcolo delle probabilità. — *Sulla teoria delle prove ripetute.* Nota del prof. Ugo Broggi, presentata dal Socio Castelnuovo [2].

Ove si fondi, come sempre si fece dal Laplace in poi, la teoria delle prove ripetute sulla serie di Stirling, s'ottengono espressioni che permettono di calcolare il valore della probabilità P_r, che in n prove un evento di probabilità costante p si presenti r volte, con un errore che tende a zero col crescere indefinito di n. A valori finiti di n corrispondono errori, del cui modulo solo riesce possibile di determinare limiti superiori.

La presente nota si propone di dimostrare come un'analisi non meno elementare della classica, permetta invece di giungere ad espressioni (le serie (1) e (2) del n. 1) che, qualunque sia il valore di n, consentono di determinare P_r con un'approssimazione arbitraria. Esse portano d'altronde, in una prima approssimazione, al resultato ben noto:

$$P_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}\, e^{-\frac{x^2}{2npq}} \qquad (x = r - np)\ ,$$

(1) Essa compare ad esempio, nell'espressione del *logaritmo di composizione* dell'unità, $\overset{*}{l}\,1$, introdotto da V. Volterra, *Teoria delle potenze, dei logaritmi e delle funz. di composizione*, « Mem. della R. Acc. d. Linc. » vol. XI, 1916 fasc. 4, p. 41.

(2) Presentata nella seduta del 15 febbraio 1925.

in un'approssimazione ulteriore a:

$$P_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}\, e^{-\frac{x^2}{2npq} - \frac{p-q}{2npq}\left(\frac{p-q}{4} - x + \frac{x^3}{3npq}\right)}$$

resultato quest'ultimo che forse conviene di sostituire all'anteriore nei casi, praticamente frequenti, in cui $p - q$ non sia molto piccolo.

1. Partiamo dalla nota formula:

$$P_r = \binom{n}{r} p^r q^{n-r} .$$

Si vede immediatamente che, ove si ponga $x = r - np$,

$$P_r = y(x),$$

è anche:

$$y(x+1) = \frac{pqn - xp}{pqn + xq + q}\, y(x) .$$

Ove si supponga x positivo, minore di np e di nq, può scriversi:

$$y(x+1) = \frac{pn}{pn+1}\left(1 - \frac{x}{qn}\right)\left(1 + \frac{x}{pn+1}\right)^{-1} y(x)$$

$$= \frac{pn}{pn+1}\Big(1 - \varphi(x)\Big) y(x) \qquad (A)$$

dove:

$$\varphi(x) = \frac{n+1}{nq}\left(\frac{x}{pn+1} - \frac{x^2}{(pn+1)^2} + \frac{x^3}{(pn+1)^3} - \cdots\right)$$

$$0 \leq \varphi(x) < 1$$

$$y(-x) = \frac{pqn - xq + q}{pqn + xp}\, y(-x+1) =$$

$$= \frac{pn+1}{pn}\left(1 - \frac{x}{pn+1}\right)\left(1 + \frac{x}{qn}\right)^{-1} y(-x+1)$$

$$= \frac{pn+1}{pn}\Big[1 - \psi(x)\Big] y(-x+1) \qquad (B)$$

dove:

$$\psi(x) = \frac{n+1}{pn+1}\left(\frac{x}{qn} - \frac{x^2}{q^2 n^2} + \frac{x^3}{q^3 n^3} - \cdots\right)$$

$$0 \leq \psi(x) < 1 .$$

È noto che se $[pn]$ indica la parte intera di pn, il valore massimo di P_r corrisponde a $[pn]$ o a $[pn]+1$ secondo che $q \gtrless pn-[pn]$, mentre a $q = pn-[pn]$ corrisponde $P_{[np]} = P_{[np]+1}$. Se denotiamo con $\varepsilon + pn$ il valore di r, supposto unico, o uno qualsiasi dei due valori di r, che conferiscono a P_r il suo valore massimo ed ammettiamo che x possa assumere i valori $\varepsilon, \varepsilon+1, \varepsilon+2, \cdots$ vediamo che la equazione alle differenze (A) è soddisfatta, e soddisfatta solo, da:

$$y(x) = y(\varepsilon)\,\frac{pn}{pn+1}\left(1-\varphi(\varepsilon)\right)\frac{pn}{pn+1}\left(1-\varphi(\varepsilon+1)\right)\cdots$$

$$\cdots\,\frac{pn}{pn+1}\left(1-\varphi(x-1)\right)$$

$$= C\left(\frac{pn}{pn+1}\right)^{x-\varepsilon} e^{\sum_{\varepsilon}^{x} ln\left(1-\varphi(v)\right)}$$

dove $C = y(\varepsilon)$. Ove si osservi che:

1) se la serie $y(x) = \Sigma\, a_n x^n$ converge, ed ha un valore inferiore al raggio di convergenza della serie $f(y) = \Sigma\, b_n y^n$, si deduce da questa, ordinandola secondo le potenze intere crescenti di x, una serie:

$$c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots$$

che converge assolutamente, ed ha il valore $f\big(y(x)\big)$;

2) se converge:

$$c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \cdots$$

converge pure:

$$c_0 \sum_{0}^{x} 1 + c_1 \sum_{0}^{x} v + c_2 \sum_{0}^{x} v^2 + \cdots$$

giacchè:

$$\sum_{0}^{x} v^r = 1^r + 2^r + 3^r + \cdots + (x-1)^r < \frac{x^r}{r+1}\,;$$

$$(r > 0)$$

s'ottiene:

$$y(x) = C\left(\frac{pn}{pn+1}\right)^{x-\varepsilon} e^{-\sum_{\varepsilon}^{x}\left\{\varphi(v)+\frac{\varphi^2(v)}{2}+\frac{\varphi^3(v)}{3}+\cdots\right\}} \qquad (1)$$

$$\varphi(x) + \frac{\varphi^2(x)}{2} + \frac{\varphi^3(x)}{3} + \cdots = \frac{n+1}{nq\,(np+1)}\,x +$$

$$+ \frac{n^2(p-q) + 2np + 1}{2\,n^2 q^2 (pn+1)^2}$$

$$+ \frac{n^3(1-3pq) + 3n^2p^2 + 3np + 1}{3\,n^3 q^3 (pn+1)^3}\,x^3 + \cdots$$

$$\sum_{\varepsilon}^{x}\left(\varphi(v)+\frac{\varphi^2(v)}{2}+\frac{\varphi^3(v)}{3}+\cdots\right)=\left(\frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{2nq(np-1)}\cdots\right)+$$

$$+x\left(-\frac{n+1}{2nq(np+1)}\cdots\right)$$

$$+x^2\left(\frac{n+1}{2nq(np+1)}\cdots\right)+x^3\left(\frac{n^2(p-q)+2np+1}{6n^2q^2(pn+1)^2}\cdots\right)$$

$$+x^4\left(\frac{n^3(1-3pq)+3n^2p^2+3np+1}{12n^3q^3(np+1)^3}\cdots\right)+\cdots$$

L'equazione (B) ci dà analogamente, se ammettiamo che x assuma i valori $1-\varepsilon,\ 2-\varepsilon,\ \cdots$

$$y(-x)=y(\varepsilon)\frac{pn+1}{pn}\left(1-\psi(1-\varepsilon)\right)\frac{pn+1}{pn}\left(1-\psi(2-\varepsilon)\right)\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\frac{pn+1}{pn}\left(1-\psi(x)\right)$$

$$=C\left(\frac{pn+1}{pn}\right)^{x+\varepsilon}e^{\sum_{1-\varepsilon}^{x+1}ln\left(1-\psi(v)\right)}$$

$$=C\left(\frac{pn+1}{pn}\right)^{x+\varepsilon}e^{-\sum_{1-\varepsilon}^{x+1}\left\{\psi(v)+\frac{\psi^2(v)}{2}+\frac{\psi^3(v)}{3}+\cdots\right\}} \qquad (2)$$

dove:

$$\psi(x)+\frac{\psi^2(x)}{2}+\frac{\psi^3(x)}{3}+\cdots=\frac{n+1}{nq(np+1)}x-$$

$$-\frac{n^2(p-q)+2np+1}{2(np+1)^2n^2q^2}x^2+x^3\frac{n^3(1-3pq)+3n^2p^2+3np+1}{3q^3n^3(pn+1)^3}\cdots\cdots$$

$$\sum_{1-\varepsilon}^{x+1}\left\{\psi(v)+\frac{\psi^2(v)}{2}+\frac{\psi^3(v)}{3}+\cdots\right\}=$$

$$=\left(\frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{2nq(np+1)}\cdots\cdots\right)+x\left(\frac{n+1}{2nq(np+1)}\cdots\cdots\right)$$

$$+x^2\left(\frac{n+1}{2nq(np+1)}\cdots\cdots\right)+x^3\left(-\frac{n^2(p-q)+2np+1}{6n^2q^2(np+1)^2}\cdots\cdots\right)$$

$$+x^4\left(\frac{n^3(1-3pq)+3p^2n^2+3pn+1}{12q^3n^3(pn+1)^3}\cdots\right)+\cdots$$

2. La determinazione, arbitrariamente approssimata, della costante C può naturalmente venire basata su di un'equazione della forma:

$$P_k = y(k - rp) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} =$$

$$= C \left(\frac{pn}{pn+1}\right)^{k-rp-\varepsilon} e^{-\sum_{\varepsilon}^{k-rp} \left\{ \varphi(v) + \frac{\varphi^2(v)}{2} + \cdots \right\}}$$

dove k abbia un valore assegnato: sia uguale, ad esempio, a $n - 2$.

Ove si ammetta che $\frac{1}{\sqrt{n}}$ e $\frac{1}{x}$ siano infinitesimi dello stesso ordine, che si trascurano, la espressione di $y(x)$ si riduce, per valori positivi e negativi di x, a:

$$y(x) = C\, e^{-\frac{x^2}{2npq}}$$

Può ottenersi un valore asintotico, approssimato per eccesso, della costante C osservando che l'applicazione del teorema di Bienaymé-Tchebychef alla teoria delle prove ripetute permette di affermare che col crescere indefinito di n tende a 1 la probabilità che $\frac{r}{n} = p$ sia inferiore a un numero positivo assegnato (teorema di Bernoulli). È dunque:

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{-x}^{x} y(v) = 1$$

Ma se x è un infinito dell'ordine di $\sqrt{n}$, i limiti della somma tendono a $\mp \infty$: poichè $e^{-\frac{x^2}{2npq}}$ e tutte le sue derivate tendono a 0 per $\lim x \to \infty$ la formola euleriana di sommazione ci dà [1]:

$$C \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2npq}} = C \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2npq}} dx = C \sqrt{2\pi npq} = 1$$

$$y(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}\, e^{-\frac{x^2}{2npq}}.$$

(1) Se m ed n sono i limiti di integrazione, $f(x)$ è la funzione che si integra e

$$f^{(\mu)}(x) < M_\mu(x),$$

è pure:

$$R < \frac{B_{k+1}}{(2k+2)!} [M_{2k+1}(m) - M_{2k+1}(n)]$$

dove R è il resto della formola di Eulero e B_{k+1} il numero di Bernoulli di indice $k+1$ (infinito dell'ordine di k). (Cfr. LINDELÖF, *Le calcul des résidus et ses applications à la théorie des fonctions*, p. 79).

Ove invece solo si trascurino gli infinitesimi di ordine superiore a $\frac{1}{\sqrt{n}} = \varepsilon$ si osservi che:

$$\left(\frac{pn}{pn+1}\right)^x = e^{Ln\left(1-\frac{x}{pn}\right)}$$

è uguale, a meno di infinitesimi di ordine superiore a $\frac{x}{n}$, a $e^{-\frac{x}{pn}}$, si ottiene:

$$y(x) = C e^{-\frac{x^2}{2npq} + \frac{(p-q)x}{2npq} - \frac{(p-q)^2 x^3}{6p^2q^2n^2}}$$

($x \leqq 0$). Il corrispondente valore asintotico di C:

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{(p-q)^2}{8npq}}$$

coincide coll'interiore, a meno di infinitesimi dell'ordine di $\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$.

Idromeccanica. — *Sulla funzione di dissipazione di Lord Rayleigh.* Nota di BRUNO FINZI, presentata dal Corrisp. U. CISOTTI [1].

1. Si consideri una porzione τ_1 di spazio, limitata da una superficie σ. Riempia lo spazio τ_1 un fluido δ_1 in moto, e sia $\boldsymbol{v}_1$ la velocità di un suo punto generico P_1. Sia τ_2 una seconda porzione di spazio, limitata da σ e da una seconda superficie Σ. Riempia τ_2 un generico sistema materiale δ_2 (ad esempio un sistema rigido, fluido, elastico, ecc.): sia $\boldsymbol{v}_2$ la velocità di un suo generico punto P_2. τ_1 e τ_2 non abbiano in comune che i punti di σ.

Sia σ superficie di discontinuità per le velocità di punti del sistema $S = S_1 - S_2$, che si trovino da una parte e dall'opposta di σ. σ è superficie di separazione per il fluido in τ_1, e come tale dovrà ritenersi superficie di flusso: così che la velocità relativa di una particella fluida prossima a σ rispetto ad un punto di δ_2 prossimo pur esso a σ e alla particella fluida, sarà normale ad $\boldsymbol{n}$, versore univocamente diretto come la normale a σ, ad esempio verso τ_2. Si avrà dunque lungo σ:

$$(\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2) \times \boldsymbol{n} = 0 \quad (2). \tag{1}$$

(1) Presentata nella seduta del 7 dicembre 1924.

(2) Cfr. ad es. A. GUGLIELMO, *Sul moto vorticoso dei liquidi*, « Atti R. Ist. Veneto » tomo LXXXI, II (1922), p. 389.

Sia Φ_n lo sforzo che si sviluppa in seno al fluido su di un elemento superficiale di normale $\boldsymbol{n}$. Sia $\mathbf{F}\,d\Sigma$ la forza *esterna* applicata al sistema S (ad esempio solido-fluido, elastico-fluido, ecc.) su di un elemento di superficie $d\Sigma$. Le forze per unità di massa proprie al fluido in τ_1 derivino da un potenziale U. ρ sia la densità materiale del fluido stesso; p la pressione che si eserciterebbe in seno ad esso, se fosse perfetto; β l'omografia degli sforzi. Sia il fluido viscoso, e ν ne sia il coefficiente di viscosità. L'energia potenziale, la cinetica, l'intrinseca, saranno definite rispettivamente dalle seguenti relazioni:

$$V = \int_{\tau_1} \rho U\, d\tau_1 \quad , \quad T = \frac{1}{2}\int_{\tau_1} \rho v_1^2\, d\tau_1 \quad ,$$

$$W = \int_{\tau_1} \left\{ -\int p\, d\left(\frac{1}{\rho}\right)\right\} \rho\, d\tau_1 \ (1) \quad ,$$

La variazione nell'unità di tempo dell'energia interna $E_1 = T - V + W$, relativa al sistema fluido S_1, sarà:

$$(2) \qquad \frac{dE_1}{dt} = \int_\sigma \Phi_n \times \boldsymbol{v}_1\, d\sigma + \int_{\tau_1} I_1 \left\{ (\beta - p)\,\frac{d\boldsymbol{v}_1}{dP}\right\} d\tau_1 \ (1).$$

D'altra parte, se durante il moto del sistema S_2 si dissipa nell'unità di tempo l'energia $2\,\Gamma_2$, la variazione nell'unità di tempo della sua energia interna E_2 sarà definita dalla

$$\frac{dE_2}{dt} = \frac{dL}{dt} - 2\,\Gamma_2$$

dove L rappresenta il lavoro delle forze *esterne* applicate in superficie al sistema S_2. Tale sistema di forze è costituito: 1° dal sistema delle $\mathbf{F}$ applicate su Σ; 2° dal sistema degli sforzi Φ_{-n} applicato su σ; poi che Σ e σ sono appunto le due superfici limitanti lo spazio τ_2 riempito dal sistema S_2. Scriveremo dunque:

$$(2') \qquad \frac{dE_2}{dt} = \int_\Sigma \mathbf{F} \times \boldsymbol{v}_2\, d\Sigma - \int_\sigma \Phi_n \times \boldsymbol{v}_2\, d\sigma - 2\,\Gamma_2.$$

La variazione nell'unità di tempo dell'energia interna E del sistema S sarà

$$(3) \qquad \frac{dE}{dt} = \frac{dE_1}{dt} + \frac{dE_2}{dt}.$$

(1) C. Burali-Forti e R. Marcolongo, *Analyse vectorielle générale*, II, pag. 64.

Ma la variazione nell'unità di tempo del lavoro delle forze in superficie applicate al sistema S, è definita dalla

$$(4) \qquad \frac{d\,L}{d\,t} = \int_{\Sigma} \mathbf{F} \times \boldsymbol{v}_2 \, d\,\Sigma .$$

Sottraendo dalla (4) la (3), e ricordando la (2) e la (2'), definiremo

$$(5) \qquad \frac{d\,L}{d\,t} - \frac{d\,E}{d\,t} = \int_{\sigma} \boldsymbol{\Phi}_n \times \boldsymbol{v}_2 \, d\,\sigma - \int_{\sigma} \boldsymbol{\Phi}_n \times \boldsymbol{v}_1 \, d\,\sigma -$$

$$- \int_{\tau_1} I_1 \left\{ (\beta - p) \frac{d\,\boldsymbol{v}_1}{d\,P} \right\} d\,\tau_1 + 2\,\Gamma_2 = 2\,\Gamma .$$

La (5) definisce $2\,\Gamma$ quale differenza tra la variazione nell'unità di tempo del lavoro delle forze esterne, applicate in superficie, e l'energia interna del sistema S. $2\,\Gamma$ rappresenterà dunque quella parte di energia che si dissipa durante il moto nell'unità di tempo. Definiremo $2\,\Gamma$ *funzione di dissipazione* di S. Ma, per ipotesi, la dissipazione di energia del sistema S_2 è espressa da $2\,\Gamma_2$; Se si pone $2\,\Gamma_1 = 2\,\Gamma - 2\,\Gamma_2$, $2\,\Gamma_1$ rappresenterà la *dissipazione propria al sistema fluido* S_1.

2. Ricordiamo la

$$(6) \quad \boldsymbol{\Phi}_n = \beta\,\boldsymbol{n} = p\,\boldsymbol{n} + \beta'\,\boldsymbol{n} = p\,\boldsymbol{n} - \lambda \operatorname{div} \boldsymbol{v}_1\,\boldsymbol{n} - 2\,\nu \frac{d\,\boldsymbol{v}_1}{d\,P}\,\boldsymbol{n} + \nu (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1) \wedge \boldsymbol{n}\,^{(1)},$$

nella quale λ tiene luogo della omonima di Lamé. Dalla (5) otterremo:

$$2\,\Gamma_1 = \int_{\sigma} p\,\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1)\,d\,\sigma + \int_{\sigma} \beta'\,\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1)\,d\,\sigma - \int_{\tau_1} I_1 \left(\beta' \frac{d\,\boldsymbol{v}_1}{d\,P} \right) d\,\tau_1 ,$$

e, ricordando la (1), scriveremo la precedente così:

$$(5') \qquad 2\,\Gamma_1 = \int_{\sigma} \beta'\,\boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1)\,d\,\sigma - \int_{\tau_1} I_1 \left(\beta' \frac{d\,\boldsymbol{v}_1}{d\,P} \right) d\,\tau_1 .$$

Osservo che nel caso di fluidi perfetti $2\,\Gamma_1 = 0$, così come suggerisce *a priori* l'intuizione. Infatti: per fluidi perfetti $\beta' = 0$, e la (5') definisce $2\,\Gamma_1 = 0$.

Ricordiamo la (6), e ricordiamo che β' è una dilatazione, così che

$$\beta'\,\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{n} \times \beta'\,\boldsymbol{v}_1 .$$

(1) C. Burali-Forti e R. Marcolongo, loc. cit. p. 29 e 61.

Se terremo presente la espressione che compete a

$$\int_{\tau_1} I_1 \left(\beta' \frac{d\boldsymbol{v}_1}{d\mathrm{P}}\right) d\tau_1 \text{ (1)},$$

avremo:

$$(7)\quad 2\,\Gamma_1 = \int_\sigma \beta' \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{v}_2 + \lambda \int_{\tau_1} (\operatorname{div} \boldsymbol{v}_1)^2 \, d\tau_1 + \nu \int_{\tau_1} (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1)^2 \, d\tau_1 -$$

$$- 2\nu \int_{\tau_1} \operatorname{grad} \operatorname{div} \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{v}_1 \, d\tau_1 - \nu \int_\sigma (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1) \wedge \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{n} \, d\sigma +$$

$$+ \lambda \int_\sigma \operatorname{div} \boldsymbol{v}_1 \, \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{n} \, d\sigma \text{ (2)},$$

o, ricordando la (1):

$$(7')\quad 2\,\Gamma_1 = \lambda \int_{\tau_1} (\operatorname{div} \boldsymbol{v}_1)^2 \, d\tau_1 + \nu \int_{\tau_1} (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1)^2 \, d\tau_1 - 2\nu \int_{\tau_1} \operatorname{grad} \operatorname{div} \boldsymbol{v}_1 \times$$

$$\times \boldsymbol{v}_1 \, d\tau_1 + \nu \int_\sigma (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1) \wedge (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1) \times \boldsymbol{n} \, d\sigma - 2\nu \int_{\tau_1} \frac{d\boldsymbol{v}_1}{d\mathrm{P}} \boldsymbol{v}_2 \times \boldsymbol{n} \, d\sigma.$$

La (7) e la (7′) si semplificano notevolmente in alcuni casi particolari: Se il fluido è un liquido, $\operatorname{div} \boldsymbol{v}_1 = 0$, e la (7′) diviene:

$$(8)\quad 2\,\Gamma_1 = \nu \left\{ \int_{\tau_1} (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1)^2 \, d\tau_1 + \int_\sigma (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1) \wedge (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1) \times \right.$$

$$\left. \times \boldsymbol{n} \, d\sigma - 2 \int_\sigma \frac{d\boldsymbol{v}_1}{d\mathrm{P}} \boldsymbol{v}_2 \times \boldsymbol{n} \, d\sigma \right\}.$$

Se il moto del liquido è poi irrotazionale, la (8), ricordando la (6) diviene

$$(9)\quad 2\,\Gamma_1 = -2\nu \int_\sigma \frac{d\boldsymbol{v}_1}{d\mathrm{P}} \boldsymbol{v}_2 \times \boldsymbol{n} \, d\sigma = \int_\sigma \boldsymbol{\Phi}_n \times \boldsymbol{v}_2 \, d\sigma.$$

In questo caso, se l'energia interna del sistema S_2 è costante e $\Gamma_2 = 0$, la funzione di dissipazione uguaglia il lavoro compiuto nell'unità di tempo dalle forze esterne applicate in superficie (cfr. (2′)).

(1) C. Burali-Forti e R. Marcolongo, loc. cit. p. 65.

(2) Si ricordi che $\frac{d\boldsymbol{v}}{d\mathrm{P}} \boldsymbol{v} = \frac{1}{2} \operatorname{grad} v^2 + (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}) \wedge \boldsymbol{v}$.

Nella ipotesi che sia $\boldsymbol{v}_2 = 0$, la (8) diviene:

$$(10) \qquad 2\,\Gamma_1 = \nu \left\{ \int_{\tau_1} (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1)^2\, d\tau_1 - \int_{\sigma} (\operatorname{rot} \boldsymbol{v}_1) \wedge \boldsymbol{v}_1 \times \boldsymbol{n}\, d\sigma \right\}.$$

Nella ipotesi che sia $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_1$, la (7), o meglio la (5'), ci assicurano essere

$$2\,\Gamma_1 = -\int_{\tau_1} I_1 \left\{ (\beta - p)\, \frac{d\,\boldsymbol{v}_1}{d\,P} \right\} d\tau_1 .$$

In questa ipotesi, $2\,\Gamma_1$ coincide con la espressione classica della funzione di dissipazione [1]. La funzione di Lord Rayleigh esprime effettivamente l'energia dissipata da un fluido, limitato da una superficie di flusso σ, soltanto allorquando σ è superficie di continuità per la velocità di particelle materiali che si trovano da una banda e dall'altra di σ; oppure, più generalmente, allorquando è

$$(11) \qquad \int_{\sigma} \beta'\, \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1)\, d\sigma = 0.$$

Torniamo al caso generale: Immaginiamo una superficie di flusso σ', descritta internamente al fluido S_1. σ' sarà superficie di continuità per $\boldsymbol{v}$. L'energia che si dissipa internamente a σ', sarà definita, per le considerazioni precedenti da

$$2\,\psi = -\int_{\tau_1} I_1 \left\{ (\beta - p)\, \frac{d\,\boldsymbol{v}_1}{d\,P} \right\} d\tau_1 .$$

Se ora faremo sì che σ' si avvicini indefinitamente a σ, senza però raggiungerla, potremo concludere che la dissipazione $2\,\Gamma_1$ risulta dalla somma dell'energia che si dissipa *internamente* a σ, definita dalla funzione di Lord Rayleigh, più l'energia $\int_{\sigma} \beta'\, \boldsymbol{v} \times (\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1)\, d\sigma$, che si dissipa *sulla* superficie stessa.

3. A scioglimento della riserva fatta in una mia nota precedente [2], valutiamo la funzione di dissipazione nel caso di moto indotto in un fluido da un solido in esso immerso, e dotato di traslazione con velocità co-

(1) Cfr. C. Burali-Forti e R. Marcolongo, loc. cit. p. 65; Lamb, *Hydrodynamics*, pp. 521, 540, 541; Lord Rayleigh, *Some general theoremes relating to vibrations*, « Proc. Lond. Math. Soc. » (1873) (Sc. Papers t. i. p. 170); *Theory of Sound*, art. 81.

(2) B. Finzi, *Un nuovo paradosso idrodinamico* « Rend. Acc. Lincei ».

stante $\boldsymbol{c}$. Il fluido sia incompressibile, e il moto irrotazionale. Nel caso in esame $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{c}$, e la (11) non sarà certamente soddisfatta [1]. La (9) diverrà:

$$2\,\Gamma_1 = \int_\sigma \Phi_n \times \boldsymbol{c}\, d\sigma = \boldsymbol{c} \times \int_\sigma \Phi_n\, d\sigma = \boldsymbol{c} \times \mathbf{R},$$

dove $\mathbf{R}$ è la risultante degli sforzi che si esercitano sulla superficie σ.

Poi che la resistenza diretta incontrata dal solido nel moto è nulla, nullo sarà il secondo membro della precedente [2]. $2\,\Gamma_1$ si annullerà pure identicamente. Si distrugge così l'assurdo messo in evidenza nella nota citata.

Geofisica. — *I risultati delle crociere della R. nave « Marsigli » nello stretto di Messina.* Nota di Francesco Vercelli presentata dal Socio Volterra.

III. — COSTRUZIONE DI TAVOLE GENERALI DELLE CORRENTI PER SCOPI NAUTICI

Come applicazione immediata dei risultati ottenuti nello studio delle correnti marine, si presenta la costruzione di tavole generali per uso nautico.

Il possesso delle costanti armoniche rende agevole il calcolo delle correnti per ogni sito e per ogni epoca desiderata. È ben noto però quanto lungo riesca questo lavoro, se debbansi considerare lunghi intervalli di tempo. Per gli usi marinareschi è preferibile cercare di evitare ogni calcolo; più che la grande precisione, importa sia resa semplice e rapida la deduzione della velocità delle correnti, lungo la rotta di una nave, in ore stabilite, mediante tavole valide in generale.

Tavole di questo genere furono costruite dal Van der Stock per le coste olandesi del mare del Nord, tenendo conto solo di due armonici: M_2 e S_2. La forma nettamente sinodica delle curve di corrente consentiva approssimazione sufficiente con tali termini, e dava inoltre la possibilità di estendere, a un qualsiasi ciclo lunare, i valori determinati per un mezzo mese sinodico.

(1) Si noti, ricordando la (6), che nelle ipotesi del problema

$$\int_\sigma \beta' \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{c} - \boldsymbol{v}_1)\, d\sigma = -\nu \int_\sigma \frac{d(\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{c})}{dn}\, d\sigma,$$

quantità questa uguale a $-2\,\psi$, e generalmente diversa da zero (B. Finzi loc. cit.).

(2) B. Finzi, loc. cit., formula (5).

Le curve di corrente nello stretto di Messina non sono di tipo semplicemente sinodico. Esse sono fortemente alterate dai termini declinazionali. Una tavola generale basata sull'impiego dei soli termini M_2 e S_2 verrebbe ad avere insufficiente approssimazione, perchè non metterebbe in rilievo le tipiche e forti disuguaglianze diurne e stagionali.

È necessario, anche in tavole destinate a scopi pratici, tenere un conto almeno approssimato degli armonici legati alle variazioni di declinazione luni-solari. Minore influenza ha il termine ellittico lunare semidiurno N_2.

Il problema della costruzione di tavole generali delle correnti per lo stretto di Messina si presenta quindi in una forma molto complessa e apparentemente insolubile, per le grandi variazioni che subiscono di giorno in giorno, e di anno in anno, gli argomenti astronomici che fissano la posizione relativa dei diversi armonici.

La soluzione non può essere trovata che ammettendo di accettare piccoli errori nella fase degli armonici declinazionali (K_1, K_2, P_1, O_1) e trascurando le variazioni annue, pur esse assai piccole, delle ampiezze H.

Le onde K_1, K_2, P_1 si presentano, al primo gennaio di ogni anno, con i seguenti argomenti astronomici:

$$350° \pm 10°;\ 160° \pm 18°;\ 10°.$$

Nel corso dell'anno questi valori subiscono variazioni progressive; rispetto alla data media di ogni mese, l'argomento effettivo di ogni giorno del mese stesso può differire al massimo di $\pm 15°$ per le onde diurne (K_1 e P_1), e di 30° per la semidiurna K_2. Per tenere conto di queste onde facciamo perciò le seguenti ammissioni: l'argomento astronomico sia ritenuto costante, in anni diversi, nelle epoche medie di ogni mese; per gli altri giorni del mese l'argomento sia assunto eguale a quello dell'epoca media. L'errore che si commette con queste ipotesi semplificatrici raggiunge uno sfasamento di circa un'ora e mezzo nel caso più sfavorevole.

Più complicata è la valutazione approssimata dell'onda O_1, legata al mese tropico lunare. Al primo gennaio di ogni anno si ha: argom. astron. di O_1 = argom. astron. di M_2 + $10° \pm 14°$. Nel corso dell'anno si deve aggiungere 30° per ogni mese, al secondo membro di tale eguaglianza.

Fissato l'argomento di M_2, il che viene fatto con riferimento all'età lunare, rimane fissato anche, in ogni mese, l'argomento relativo di O_1. Adotteremo quei valori di O_1 che corrispondono ai valori medi di ogni mese, e alle diverse età lunari che si possono avere.

Una sola onda sfugge alla valutazione media richiesta da tavole generali: l'onda N_2 dipendente dal mese anomalistico. Di essa bisogna tenere un conto a parte.

Colle semplificazioni ammesse, il problema della costruzione di tavole delle correnti venne risolto nel seguente modo:

In luogo di una sola tavola, estesa a un mezzo mese sinodico, come si è fatto sinora, furono costruite dodici tavole, valide ognuna per quel dato mese dell'anno, nel quale può cadere la data che si considera. Ogni tavola dà le velocità delle correnti in un punto determinato dello stretto di Messina, la zona al largo di Punta Pezzo, per le 24 ore del giorno lunare, che si ha alla data considerata. Il ciclo lunare viene contato da una sigizia alla successiva. L'età lunare deve essere valutata tenendo conto anche dei decimi, i quali più spesso non corrispondono a quelli dati dalle effemeridi, per le speciali ipotesi fatte sul transito lunare del giorno zero (nelle tavole si suppone che il transito in meridiano avvenga esattamente alle ore zero e che l'argomento di M_2 cresca in seguito di circa 29° all'ora). Si è costruita una tabella delle età lunari per i giorni sigiziali del venticinquennio 1925-1950, dalla quale si rilevano le età lunari per l'uso delle tavole.

Una tabella aggiuntiva consente anche di tenere conto del termine N_2, noto il giorno del perigeo lunare precedente la data.

Queste tavole valgono, e non potrebbe essere altrimenti, per una ristretta zona. Fuori di essa le velocità delle correnti sono molto diverse, e in generale minori, essendo stato scelto, per le tavole, il settore ove le correnti sono massime.

Alcune tabelle complementari consentono però un passaggio immediato, dai valori letti sulle tavole a quelli che precisano i valori delle velocità per ogni altra zona dello stretto. Si è ricordato infatti, nella Nota 2ª, che fra le curve delle correnti esistono relazioni semplici, che consentono una facile deduzione del regime locale in ogni settore, noto quello di un punto di riferimento.

Dal punto di vista pratico, il problema della conoscenza generale delle correnti ha potuto così essere risolto, tenendo conto di nove armonici M_2, M_4, S_2, K_2, K_1, P_1, O_1, N_2, A_0. Le semplificazioni adottate per giungere a questo risultato lasciavano però qualche incertezza sul grado della precisione che si deve attribuire ai valori delle tavole. Era necessario un diretto controllo coi dati di osservazione per chiarire la questione. Il controllo venne fatto molto agevolmente sulla base dei valori misurati nei sei mesi di crociera, messi a raffronto coi dati desunti, per le epoche stesse, dalle tavole generali. Risultò che gli scarti medi fra osservazioni e valori delle tavole, pur essendo alquanto maggiori di quelli che si avevano nei raffronti colle sintesi dirette dagli armonici, sono tuttavia compresi entro limiti non superiori al 10 % dei valori misurati. Ciò significa che nelle zone ove le correnti massime superano le cinque miglia-ora, come al largo di Punta Pezzo e al centro della trasversale per la stessa località, le tavole garantiscono la conoscenza delle velocità delle correnti, per ogni momento di qualsiasi data, con scarti medi non superiori a un mezzo miglio per ora. Questo risultato, oltre ad essere largamente sufficiente per scopi nautici, è

importante anche scientificamente, in quanto un analogo grado di precisione non si raggiunge neppure per le maree dei porti principali e con sintesi precise fatte colle macchine preditrici di marea. Il vantaggio speciale che si ha nei calcoli di corrente dipende dalle piccole perturbazioni che le correnti subiscono, a confronto delle Maree, per le variabili condizioni atmosferiche.

Le tavole delle correnti, per quanto stabilite solo per le quote superficiali, che direttamente interessano la navigazione, valgono anche a dare idea delle correnti sottomarine, nelle zone, come quelle dello stretto settentrionale, ove tali correnti sono analoghe a quelle superficiali.

Il possesso delle tavole descritte ha consentito di chiarire in modo preciso la genesi, la natura e le leggi di propagazione delle turbolenze caratteristiche che le acque dello stretto presentano in superficie, accennate nella nota 2ª.

Un confronto tra le carte sintetiche delle distribuzioni delle correnti, costruite sulla base delle tavole delle correnti, e le antiche figurazioni schematiche, adottate in passato per figurare le diverse fasi delle correnti di Messina, dimostra che questi grafici erano in gran parte basati più sulla fantasia che sull'osservazione.

Anche le antiche norme per la conoscenza qualitativa delle correnti esistenti in date ore lunari, di fronte ai risultati precisi, ora conseguiti, non possono serbare altro che un semplice valore storico.

Fisica. — *Sulla durata dello stato quantico* $2p_2$ *dell'atomo di mercurio.* Nota di FRANCO RASETTI, presentata dal Socio A. GARBASSO [1].

La vita media di un atomo in uno stato quantico, che non sia lo stato normale, oppure uno stato metastabile, tale cioè che il passaggio spontaneo da esso ad un livello energetico più basso con emissione di radiazione, sia proibito dalle « regole di selezione » dei vari numeri quantici, è generalmente ritenuta essere dell'ordine di grandezza di 10^{-8} o 10^{-7} secondi. Per il mercurio in particolare, lo stato $2\,p_2$, nel quale l'atomo può esser portato dallo stato normale $1S$ o per assorbimento della radiazione $\lambda = 2536$ A, o per urto con elettroni di 4,9 volt, è stato fatto oggetto di varie ricerche. Così recentemente L. A. Turner [2], dal numero di molecole di idrogeno dissociate per urto con atomi di mercurio eccitati, in una miscela dei due gas [3], ha trovato una vita media di 10^{-7} secondi. Lo stesso valore è stato

(1) Presentata nella seduta del 15 febbraio 1925.
(2) L. A. TURNER, « Phys. Rev. », 23, 464, 1924.
(3) G. CARIO e J. FRANCK, « Zeitschr. f. Phys. », 11, 161, 1922.

dedotto da R. C. Tolman [1], servendosi della teoria di Einstein dell'equilibrio termico fra radiazione e atomi di Bohr. Per tale via si stabilisce una relazione fra il coefficiente di assorbimento del vapore di Hg per la riga $\lambda = 2536$ A, noto con sufficiente precisione, e il coefficiente di probabilità del passaggio spontaneo dell'atomo dallo stato $2\,p_2$ allo stato $1S$; il che ci dà la vita media del primo di questi stati. Infine, lo stesso ordine di grandezza risulta anche dalle esperienze di W. Hanle [2] sulla depolarizzazione della radiazione di risonanza nel campo magnetico.

Contro a questi resultati, sta una recente osservazione di H. W. Webb [3]. Egli eccita gli atomi di Hg mediante elettroni di 4,9 volt, in un tubo del tipo ordinario che si usa per ricerche sui potenziali di risonanza; applicando un potenziale intermittente, trova che vi è un apprezzabile intervallo di tempo (dell'ordine di 10^{-3} secondi) fra l'istante in cui gli elettroni urtano gli atomi, e quello in cui la radiazione arriva alla superficie fotoelettrica che serve per rivelarla. Discutendo le cause del fenomeno, l'A. trova, che l'ipotesi dell' « imprigionamento » della radiazione, cioè della successiva sua emissione ed assorbimento, e quella della formazione dello stato metastabile $2\,p_3$, sono insufficienti a spiegarlo, e ne trae come conclusione più verosimile, che lo stato $2\,p_2$ sia metastabile. Un altro fenomeno che lo stesso A. cita a conferma di questa ipotesi, è il seguente: se si eccita una lampada a mercurio mediante corrente alternata, si nota una oscillazione assai notevole nell'intensità della radiazione $\lambda = 2536$ A emessa. Ma se si interpone fra la lampada e la fenditura dello spettrografo un recipiente contenente vapore di Hg, le oscillazioni diminuiscono, perchè il vapore illuminato continua ad emettere per risonanza anche dopo che è cessata la luce eccitatrice.

Questa discordanza fra i resultati dei diversi sperimentatori, mi ha indotto a cercare una prova più diretta della persistenza della radiazione di risonanza, ed ho proceduto nel modo seguente: la luce monocromatizzata di una lampada a mercurio raffreddata mediante immersione in acqua, passava attraverso ad una fenditura di un disco ruotante, poi eccitava la risonanza nel vapore di Hg contenuto in un palloncino di quarzo. Il fenomeno era abbastanza intenso, perchè la radiazione di risonanza potesse esser fotografata, in una camera a quarzo, con una posa di qualche secondo.

Per vedere se la radiazione di risonanza avesse una durata apprezzabile, disposi le cose in modo che essa potesse giungere alla camera fotografica, soltanto un certo tempo dopo che il vapore era stato illuminato; lo stesso disco serviva per interrompere tanto la radiazione eccitatrice, quanto quella di risonanza, che era osservata in una direzione formante un

(1) R. C. Tolman, « Phys. Rev. », 23, 693, 1924.
(2) W. Hanle, « Zeitschr. f. Phys. », 30, 93, 1924.
(3) H. W. Webb, « Phys. Rev. », 24, 113, 1924.

piccolo angolo col raggio primario. Il disco aveva delle fenditure di 3 mm., raggio di 25 cm., e ruotava alla velocità di circa 50 giri al secondo.

Furono fatte esperienze alla temperatura ambiente (8°), alla quale la pressione del vapore è di circa 10^{-3} mm. Anche con la massima velocità del disco, con la quale l'intervallo fra l'eccitazione e l'osservazione era di 5.10^{-5} sec., non fu trovata traccia di risonanza, neppure con pose da 10 a 15 minuti; e si noti che sarebbe stata osservabile anche se ridotta a circa 1/100 dell'intensità iniziale. Se ne deve concludere che lo stato $2\,p_2$ non è metastabile.

Scaldando la lampada di risonanza, verso i 200° comincia ad essere eccitata dalla radiazione $\lambda = 2536$ A anche una fluorescenza verde. Questa, come fu osservato già da R. W. Wood [1] e da F. S. Phillips [2], ha una durata dell'ordine di 10^{-3} sec., e potei facilmente constatarlo col mio disco, sostituendo l'osservazione oculare alla fotografia. A questa temperatura, anche la radiazione di risonanza comincia a mostrare una durata sensibile; ma è evidente che qui il fenomeno è molto più complicato. La fluorescenza verde è da attribuirsi molto probabilmente ad una molecola Hg_2 [3], che si formerebbe per l'urto fra un atomo eccitato ed uno normale, ed avrebbe una lunga vita. Ora, è verosimile che alcune di tali molecole si dissocino prima di emettere, e ne risulti di nuovo un atomo nello stato $2\,p_2$, il quale può così emettere della radiazione $\lambda = 2536$ A molto tempo dopo che il gas è stato eccitato.

Prendo l'occasione per notare anche un altro fatto. Quando del mercurio alla temperatura di circa 200°, contenuto in un palloncino vuoto, è agitato, si vede una luminescenza verde, come ha osservato chiunque ha lavorato con una lampada a mercurio, scuotendola dopo che è stata spenta. Avendo potuto osservare il fenomeno con notevole intensità, ho notato che questa luce contiene, oltre ad una banda continua che si estende dal giallo fino al violetto, anche le più intense righe del mercurio, come p. es. le $\lambda = 5790$, 5769, 5460, 4358 A; inoltre, facendo fotografie, con pose di molte ore, mediante uno spettrografo a quarzo, potei constatarvi la presenza anche della riga $\lambda = 2536$ A.

Questo caso di eccitazione è evidentemente analogo alla elettrizzazione per strofinio; probabilmente, si deve avere oltre alla emissione luminosa, una abbondante ionizzazione.

(1) R. W. Wood, «Proc. Roy. Soc.», 99, 362, 1921.
(2) F. S. Phillips, «Proc. Roy. Soc.», 89, 39, 1913.
(3) J. Franck e W. Grotrian, «Zeitschr. f. Phys.», 4, 89, 1921 e 6, 35, 1921.

Chimica-Fisica. — *Sopra di un metodo termico per lo studio dei sistemi gassosi* [1]. Nota [2] di GIORGIO PICCARDI presentata dal Corrisp. G. PELLIZZARI.

4°) INFLUENZA DELLA CONCENTRAZIONE.

La concentrazione del gas, o più precisamente il numero di molecole presenti nell'apparecchio, influisce sul valore dell'incremento di temperatura $\Theta - T$ corrispondente ad un dato K.

La concentrazione è l'inverso del volume e poichè per i gas perfetti $pv = RT$

$$c = \frac{I}{v} = \frac{p}{RT}$$

per T = costante, p misura c, e poichè nelle varie esperienze il volume dell'apparecchio è sempre lo stesso, p misura anche il numero di molecole contenute nell'apparecchio medesimo.

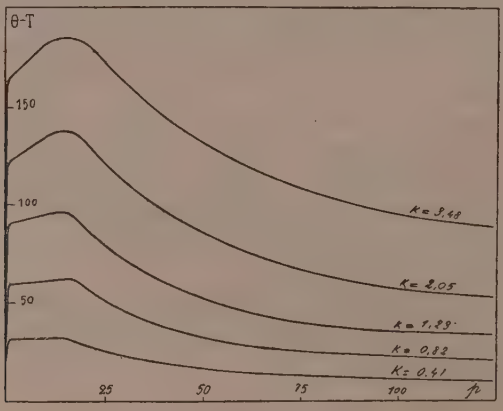


Fig. 1

Tale numero è costante in tutto il campo studiato se il gas è perfetto entro i limiti del campo stesso.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica-fisica della R. Università di Firenze.

(2) Questi «Rendiconti», vol. XXXIII, serie 5ª, 1° sem., fasc. 7-8 (13 aprile 1924) e vol. XXXIII, serie 5ª, 1° sem., fasc. 10 (18 maggio 1924).

In questa serie di esperienze, come gas perfetto è stata usata dell'aria accuratamente seccata. L'introduzione dell'aria nell'apparecchio è stata fatta sempre alla temperatura fissa T dell'ambiente e per $K = 0$, stabilendo in tal modo, come da quanto precede, una certa proporzionalità fra pressione di introduzione (= pressione al tempo 0 dell'esperienza) e numero di molecole.

Il diagramma qui unito mostra come varii il valore limite in regime stazionario di $\Theta - T$ al variare di p, per K = costante. ($\Theta - T$ in ordinate, p in ascisse espresso in centimetri di colonna di mercurio, K espresso in calorie per secondo).

Per $1 < p < 15$ cm. di colonna di Hg, $\Theta - T$ è funzione crescente di p.
Per $p = 15$ cm. circa, $\Theta - T$ passa per un massimo.
Per $p > 15$ cm., $\Theta - T$ è funzione decrescente di p.

Si nota una sensibile proporzionalità fra ordinate corrispondenti ad una stessa ascissa, per $p > 70$ cm.

Anche per $0 < p < 1$, $\Theta - T$ è una funzione crescente di p, e tanto più rapidamente crescente quanto più p è prossimo a 0.

In definitiva è stato trovato (come già trovarono Kundt e Warburg nelle loro esperienze sulla conducibilità dei gas) che i gas perfetti si comportano diversamente in tre diversi campi della pressione approssimativamente così limitati:

$$0 < p < 1 \quad , \quad 1 < p < 15 \quad , \quad p > 15 .$$

Poichè, per K abbastanza grande e per p abbastanza piccolo, il filo si arroventa, occorrerebbe correggere il valore della quantità di calore ceduta al gas nell'unità di tempo (quantità che era stata senz'altro supposta eguale a K e calcolata dalla resistenza del filo scaldatore e dalla intensità della corrente di riscaldo) togliendovi la quantità di energia irraggiata, che non contribuisce all'innalzamento della temperatura del gas.

È probabile che dopo tale correzione tutte le ordinate corrispondenti ad una stessa ascissa, diventino proporzionali fra loro.

5°) Esperienze su di un sistema gassoso in istato di dissociazione.

Con queste esperienze, più che altro orientative, si è voluto cimentare la capacità che ha questo metodo termico di rivelare le trasformazioni che avvengono in un sistema gassoso. Per questo scopo occorreva un sistema capace di trasformarsi nei ristretti limiti di temperatura dell'esperienza; ed a questo scopo la miscela di vapori nitrosi ottenuta per decomposizione del nitrato di piombo puro e secco, ha corrisposto ottimamente.

Si è potuto così osservare l'equilibrio $N_2O_4 \rightleftarrows 2 \cdot NO_2$ ed il suo spostamento e per concentrazioni non troppo elevate anche la formazione ed il successivo spostamento dell'equilibrio $2 \cdot NO_2 \rightleftarrows 2\,NO + O_2$.

I cambiamenti di colore che accompagnano le singole reazioni hanno fornito un facile ed immediato controllo dell'andamento delle varie trasformazioni.

Sono state condotte a termine quattro esperienze, i resultati delle quali sono riuniti nel diagramma qui unito.

Esperienza I: Temperatura di introduzione dei vapori nitrosi = temperatura ambiente = 24° C. Pressione di introduzione = pressione al tempo o dell'esperienza = 84 cm. di colonna di Hg.

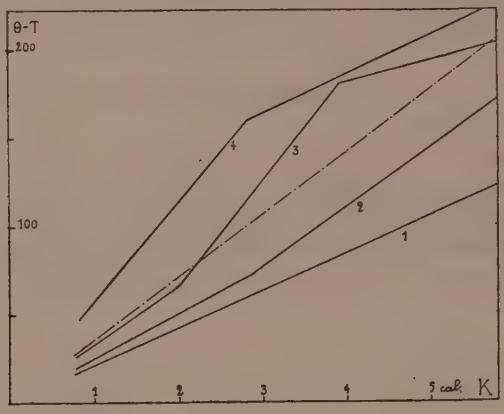


Fig. 2

In tutto il campo studiato ha avuto luogo lo spostamento dell'equilibrio $N_2O_4 \rightleftarrows 2\,NO_2$. Il diagramma è una retta di coefficiente angolare assai inferiore a quello della retta corrispondente ad uno dei gas perfetti studiati nelle stesse condizioni (linea tratteggiata).

Esperienza II: $T = 24°$ C. $p = 33$ cm. Hg.

Il diagramma è una spezzata ai due lati. Il primo lato corrisponde allo spostamento dell'equilibrio $N_2O_4 \rightleftarrows 2 \cdot NO_2$ fino a sparizione della reazione $2 \cdot NO_2 \rightarrow N_2O_4$. Il secondo lato corrisponde al solo NO_2.

Esperienza III: $T = 24°$ C. $p = 13$ cm. Hg.

Il diagramma è una spezzata a tre lati. Il primo lato corrisponde all'equilibrio $N_2O_4 \rightleftarrows 2 \cdot NO_2$, il secondo al solo NO_2, il terzo all'equilibrio $2 \cdot NO_2 \rightleftarrows 2 \cdot NO + O_2$.

Esperienza IV: $T_0 = 24°$ C. $p = 6$ cm Hg.

Il diagramma è una spezzata a due lati: il primo corrisponde al solo NO_2, il secondo all'equilibrio $2 \cdot NO_2 \rightleftarrows 2 \cdot NO + O_2$.

I valori di $\Theta - T$ riportati nel diagramma sono tutti valori limiti in regime stazionario.

Quanto precede mostra come questo metodo termico possa mettere in evidenza, almeno in modo qualitativo, le trasformazioni che avvengono in un sistema gassoso in funzione della temperatura che il sistema assume per il continuo passaggio di una certa quantità di calore.

Si noti che i resultati che si ottengono non sono che resultati medi o più precisamente, data la natura del metodo, resultati probabili.

Peraltro data la rapidità dei moti convettivi di trasporto del calore nel caso di concentrazioni elevate (o la rapidità del moto molecolare nel caso di piccole concentrazioni) questi resultati si possono considerare accettabili, perchè in realtà tolto un piccolissimo intorno del filo scaldatore e della parete dell'apparecchio la massa del gas non può presentare in punti differenti differenze di temperatura sensibili.

La coincidenza dei valori, trovata sempre fra i resultati di varie esperienze, ne dà una buona prova.

Chimica. — *Sui composti organo-metallici dell'alluminio. (Terza azione dell'ammoniaca e delle ammine).* Nota di P. Leone presentata dal Corrisp. N. Parravano [1].

I composti organometallici dell'alluminio reagiscono con l'ammoniaca e con le ammine in modo simile ai corrispondenti composti del magnesio [2]. E cioè: l'ammoniaca e le ammine primarie e secondarie, liberano l'idrocarburo, mentre l'azoto si attacca direttamente al metallo.

Le reazioni sarebbero rispettivamente:

$$Al_2R_3J_3 + 3NH_3 = 3RH + Al_2J_3(NH_2)_3$$
$$Al_2R_3J_3 + 3NH_2R_I = 3RH + Al_2J_3(NHR_I)_3$$
$$Al_2R_3J_3 + 3NHR_IR_{II} = 3RH + Al_2J_3(NR_IR_{II})_3 \quad [3].$$

La reazione ha luogo facilmente e con sviluppo di calore per l'ammoniaca e le ammine primarie e secondarie alifatiche, con le ammine aroma-

(1) Presentata nella seduta del 16 novembre 1924.

(2) « Compt. Rend. », 136-758.

(3) Per semplicità indico con $Al_2R_3J_3$ il miscuglio AlR_2J, $AlRJ_2$ corrispondente, come ho dimostrato, alla composizione delle combinazioni organiche dell'alluminio.

tiche stenta molto; infatti con anilina è incompleta, e con alchilaniline non avviene affatto.

Le ammine terziarie non contenendo idrogeno sostituibile non reagiscono.

I corpi che si ottengono hanno un aspetto polveroso, essi sono costituiti da minutissimi cristalli bianchi, si alterano facilmente all'aria liberando l'ammoniaca o l'ammina che contengono, e lasciando un residuo di alogenuro e idrato di alluminio.

La decomposizione che il composto con ammoniaca subisce per azione dell'acqua può essere indicato dallo schema:

$$Al_2J_3(NH_2)_3 + 3H_2O = 3NH_3 + AlJ_3(OH)_3 .$$

Secondo che la reazione si fa avvenire in ambiente di etere o di benzolo, i corpi che si ottengono contengono una molecola di etere o benzolo che non è possibile eliminare col riscaldamento neanche a 130°, temperatura a cui cominciano a decomporsi con sviluppo di alogeno. Probabilmente si tratta di etere o di benzolo di cristallizzazione.

Anche Meunier [1] nei composti corrispondenti del magnesio non è riuscito ad eliminare l'etere adoperato come solvente.

PARTE SPERIMENTALE

Ammoniaca e ioduro di alluminio etile.

In una bevutina munita di tappo a due fori uno in comunicazione con una bomba ad ammoniaca, l'altro con un gasometro, ho introdotto la soluzione eterea diluita di ioduro di alluminio etile.

Ho fatto gorgogliare in essa ammoniaca ben seccata, attraverso una serie di tubi a calce. Ha luogo subito uno sviluppo di calore sufficiente a portare l'etere in ebollizione per cui è necessario un raffreddamento esterno.

L'ammoniaca viene integralmente assorbita, contemporaneamente si svolge etano, e dalla soluzione dopo pochi minuti comincia a separarsi una polvere bianca voluminosa leggerissima, e se il composto organometallico non era sufficientemente diluito con etere non tarda a formarsi una pappa densa, capace di ostruire il tubo adduttore di ammoniaca.

Il prodotto della reazione è stato filtrato rapidamente alla pompa. Lavato due volte con etere anidro e tenuto in essiccatore nel vuoto su acido solforico e paraffina finchè una cartina di tornasole rossa, sospesa ad una bacchettina di vetro entro l'essiccatore, rimaneva inalterata dopo 24 ore.

Esaminata rapidamente al microscopio, lascia apparire dei minutissimi cristalli bianchi. È pochissimo solubile nell'etere e nel benzolo, all'aria si

(1) Loc. cit.

altera, l'acqua lo decompone rapidamente con svolgimento di calore, di ammoniaca e formazione di idrato e ioduro di alluminio.

L'azoto è stato determinato decomponendo la sostanza con KOH diluita e raccogliendo l'NH_3 svoltasi su H_2SO_4 N/10. Lo iodio e l'alluminio per pesato.

Gr. 0,5542 di sostanza diedero gr. 0,5202 di NH_3 e gr. 0,1010 di Al_2O_3 e gr. 0,6962 AgJ da cui:

trovato	N °/₀ 7,73	J °/₀ 67,91	Al °/₀ 9,67
calcolato per $Al_2(NH_2)_3J_3 \cdot C_6H_6O$	» 7,54	» 68,35	» 9,73

I risultati dell'analisi si mantengono inalterati dopo seccata la sostanza a 120° in bevutina chiusa con tappo attraversato da tubo a $CaCl_2$ a 130°, la sostanza si decompone svolgendo debolmente iodio e colorandosi in bruno.

Il composto ottenuto in soluzione benzenica contiene anche egli il benzolo di cristallizzazione, una molecola ed ha la medesima costituzione.

Ioduro di alluminio propile ed etilammina.

In una bevutina munita di tappo a due fori come nel caso precedente ho introdotto una soluzione etere diluita di ioduro di alluminio propile, in cui ho fatto gorgogliare una corrente di etilammina gassosa pura Merck, preventivamente seccata in tubi a calce.

L'etilammina viene interamente assorbita con leggero sviluppo di calore mentre si svolge propano e si forma un precipitato bianco, voluminoso.

Quando l'assorbimento dell'ammina è cessato, indizio che la reazione è finita, ho filtrato alla pompa, lavato con etere anidro e seccato in essiccatore nel vuoto su acido solforico e paraffina finchè una cartina di tornasole rossa sospesa ad una bacchettina di vetro entro l'essiccatore rimaneva inalterata dopo 24 ore.

La sostanza esaminata al microscopio ha l'aspetto di minutissimi cristalli, si decompone con acqua svolgendo etilammina, e inodora, ma basta l'esposizione all'aria che dopo pochi minuti l'umidità la decompone facendo sentire il penetrante odore dell'ammina.

Gr. 0,6548 di sostanza decomposta con acqua diedero gr. 0,1379 di etilammina determinata volumetricamente distillandola da H_2SO_4 N/10, e gr. 0,7132 di AgJ e gr. 0,1053 di Al_2O_3 da cui:

trovato	N °/₀ 6,96	Al °/₀ 8,50	J °/₀ 59,43
calcolato per $Al_2(NHC_2H_5)_3J_3 \cdot (C_2H_5)_2O$	» 6,55	» 8,42	» 58,91

Ioduro di alluminio propile e dimetilammina.

Come nel caso precedente ho fatto gorgogliare nella soluzione eterea di alluminio iodio propile, metilammina Merck gassosa e secca.

Si è formato uguale precipitato microcristallino, che ho lavato con etere e seccato su acido solforico e su paraffina. Il precipitato è poco solubile in etere e benzolo e dall'acqua è decomposto con formazione di dimetilammina.

Gr. 0,4715 di sostanza diedero gr. 0,1059 di dimetilammina da cui:

trovato	N °/₀ 6,99	Al °/₀ 8,92	J °/₀ 58,21
calcolato per $Al_2[N(CH_3)_2]_3J_3(C_2H_5)_2O$	» 6,55	» 8,42	» 59,43

Ioduro di alluminio etile e anilina.

In un pallone munito di refrigerante a ricadere e di imbuto a rubinetto, ho introdotto una soluzione eterea di ioduro di alluminio etile, ed ho fatto cadere goccia a goccia una soluzione eterea di anilina.

A freddo non ha luogo alcuna reazione, riscaldando all'ebollizione si svolge poco etano e si forma un leggero precipitato bianco cristallino.

La reazione non ha luogo completamente, scaldando a lungo cessa lo sviluppo di idrocarburo, mentre nel pallone sono ancora senza reagire il composto organometallico e l'anilina anche in forte eccesso. Ho filtrato alla pompa e lavato con etere due volte. Il filtrato contiene la maggior parte dell'ioduro di alluminio etile e dell'anilina. Il precipitato è stato seccato su acido solforico e paraffina in essiccatore nel vuoto. Ha un aspetto di cristalli piccoli, non visibili ad occhio nudo. Si decompone con acqua liberando anilina. Si scioglie in etere e benzolo.

Gr. 0,4925 di sostanza diedero gr. 0,0646 di Al_2O_3 e gr. 0,4320 di AgJ da cui:

trovato	Al °/₀ 6,95	J °/₀ 47,41
calcolato per $Al_2J_3(C_6H_5NH)_3(C_2H_5)_2O$	» 6,87	» 48,53

Messi a reagire in modo identico al precedente ioduro di alluminio etile ed etilanilina non ha luogo alcuna reazione nè si forma alcun precipitato neanche all'ebollizione. Evidentemente il gruppo arilico esercita un'influenza negativa alla mobilità degli atomi di idrogeno del residuo dell'ammoniaca.

Chimica. — *Sulla preparazione di composti intermetallici per via umida.* Nota di Arrigo Mazzucchelli e Angelina Vercillo [1] presentata dal Corrisp. N. Parravano [2].

In continuazione di studi precedenti [3] sulla preparazione elettrolitica delle leghe rame-antimonio si è ottenuto la formazione del composto Cu_2Sb per azione del rame su le soluzioni antimoniose mediante una nuova tecnica, di applicazione generale, i cui risultati esponiamo in questa nota preliminare.

Operando, fin da principio, con soluzioni concentrate per mantenerci in condizioni analoghe a quelle della deposizione elettrolitica, si è trovato che una soluzione al 35 % v. di $SbCl_3$ in acido cloridrico saturo diluito di ugual volume di acqua, praticamente inerte a freddo verso il rame, depone su di esso a 100° un velo metallico, sottile, aderente, bianco (verosimilmente antimonio), il quale arresta ogni azione ulteriore. Ma operando in presenza di quantità notevoli di cloruro ramoso (in un caso, ad es., con 31 % di $SbCl_3$ e 8 % di CuCl nello stesso acido cloridrico mezzo saturo, in un altro con 13,8 e 11,3 % rispettivamente) si è trovato che l'azione a 100°, pur essendo assai lenta, in quanto occorre scaldare vari giorni in stufa ad acqua bollente per ottenere qualche grammo di prodotto, è continuativa, e si separano granuli o croste poco aderenti (che conviene staccare ogni tanto per agitazione del tubo chiuso) di un prodotto di colore violaceo, come il Cu_2Sb, di cui mostrano pure la composizione, una analisi avendoci dato 50,5 % di rame, mentre si calcola 51,4. Dato il buon risultato, si è voluto applicare in qualche altro caso questa nuova tecnica, che consiste dunque nell'operare in presenza di quantità notevoli di sale del metallo precipitante.

Reazione fra sali ramosi e stagno. Una soluzione di 8 gr. di CuCl e 33 di $SnCl_2$, $2H_2O$, portati a 100 cc. con acido cloridrico mezzo saturo, versata sopra alcune bacchette di stagno dà luogo immediatamente alla formazione di un precipitato fioccoso, nero, voluminoso, che in breve tempo assume il colore rossastro del rame. Il giorno dopo si trova che esso ha cambiato colore divenendo di un grigio acciaio, e addensandosi un poco. All'analisi ha dato 23,6 % Sn, corrispondente circa al rapporto Sn: 6Cu. Anche qui, dunque, si è formata una lega, ma non corrispondente a un

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico dell'Università di Roma.
(2) Presentata alla seduta del 7 dicembre 1924.
(3) Mazzucchelli e Tonini, «Rend. Acc. Lincei», 1924, XXXII, 2, 290.

composto definito, di cui il più ricco in rame è invece Cu_3Sn. Crediamo ne dia la spiegazione il fatto, notevole, che la sua formazione è avvenuta in due stadi successivi: probabilmente dunque si è convertita in Cu_3Sn la sola superficie dei granuli di rame, restandone inalterato il centro. E lo stesso varrà per alcuni dei casi seguenti.

Reazione fra cloruro di antimonio e stagno. Una soluzione di 24 gr. $SbCl_3$ e 31 di $SnCl_2$, $2H_2O$, portati a 100 cc. con acido cloridrico mezzo saturo, versata su bacchette di stagno dà subito un precipitato nero intenso, fioccoso e leggero, che non cambia di aspetto a temperatura ordinaria nemmen dopo qualche giorno; ma bollito a ricadere per qualche ora si addensa ed assume un tono più grigio. Evidentemente anche qui si è avuta una separazione primaria di antimonio, con successiva formazione, a caldo, di lega: infatti il prodotto ha dato all'analisi 64,4 % Sb, mentre per Sb_2Sn si calcola 66,9.

Reazione fra cloruro arsenioso e rame. Una soluzione cloridrica di 8 % CuCl e 12 % $AsCl_3$ precipita immediatamente in fiocchi grigio neri a contatto del rame: dopo riscaldamento per tre giorni a 100° in tubo chiuso (usato, con le solite precauzioni verso la pressione interna dell'idrogeno svolto, dovunque eran sali ramosi) ha dato all'analisi 47,7 % di Cu, mentre per As_2Cu_3 si calcola 56,0.

Reazione fra cloruro tellurico e rame. Per evitare una riduzione, già in soluzione, ad opera del cloruro ramoso si partì dal sale ramico: la reazione perciò avvenne sicuramente in due tempi. Una soluzione di 2,9 gr. di TeO_2 e 4,3 di $CuCl_2$, $2H_2O$ portati a 100 cc. con acido cloridrico mezzo saturo, precipita subito con rame, e dopo tenuta in stufa, a tubo chiuso, per tre giorni, il precipitato raccolto diede 74,6 % di Te in una prima preparazione e 73,0 in una seconda. Per Te_3Cu_2 si calcola 75,0; ma poichè un simile composto non si rivela all'analisi termica è più probabile si trattasse di un miscuglio di TeCu (ovvero $TeCu_2$) e Te.

Reazione fra cloruro tellurico e piombo. Una soluzione di 3,4 gr. di TeO_2 e 1,5 di $PbCl_2$ in 100 cc. di acido cloridrico mezzo saturo, scaldata in tubo chiuso con una lamina di piombo, depone assai lentamente una polvere grigia lucente, cristallina, che raccolta dopo quattro giorni (quando ancora c'èra notevole quantità di tellurio in soluzione) si dimostrò tellurio puro. Qui dunque non si è formato il composto PbTe, che pure secondo le misure elettrometriche di Puschin è di circa 0,48 Volta più nobile del piombo. Ripeteremo i tentativi in altre condizioni.

Reazioni fra antimonio e cloruro di bismuto, o bismuto e cloruro di antimonio. Operando in soluzione cloridrica a 100° ognuno di questi due metalli si dimostrò inattivo verso il cloruro dell'altro. Azione si ebbe solo lavorando coi cloruri anidri e fusi: il bismuto si mantiene lucido anche dopo varie ore sotto $SbCl_3$ a 100°, ma introducendo un pezzo di antimonio nel $BiCl_3$ fuso questo assume il colore bruno, poi nero, caratteristico del

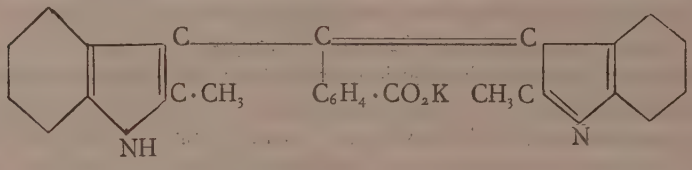
cosiddetto sottocloruro, e la massa, solidificata e ripresa con acido cloridrico, depone abbondanti fiocchi di bismuto. Evidentemente deve essere assai piccola la differenza di affinità fra i due sistemi opposti, $Sb + BiCl_3 \rightleftarrows Bi + SbCl_3$, e se allo stato fuso ha luogo un'azione verso destra, essa deve essere resa possibile dal fatto che il bismuto non si separa puro, ma come bicloruro, o, secondo i recenti studi di L. Marino, allo stato di soluzione nel tricloruro. Sono in corso esperienze per vedere se possono ottenersi a questo modo leghe antimonio-bismuto.

Per discutere, sia pure brevemente, i risultati ottenuti, conviene risalire al primo lavoro sistematico che, dopo osservazioni più incidentali di Gay Lussac e di Raoult, pubblicarono sull'argomento Mylius e Fromm [1]. Questi autori operavano in soluzione diluitissima del sale da precipitare, in assenza iniziale di sali del metallo precipitante. Essi notano esplicitamente che la formazione di leghe deve esser dovuta a una reazione secondaria (già chiaramente veduta da N. W. Fischer, 1830) fra il metallo più nobile depostosi inizialmente puro, e la soluzione del sale, neoformatosi, del metallo più elettropositivo. Fra i due metalli infatti si formerebbe una coppia voltaica, col primo per catodo, il secondo per anodo, la quale determina una reazione sul tipo della seguente, scissa nei due processi elettrodici: *Anodo* $Sn + 2\,(F) = \overset{++}{Sn}$; *Catodo* $3Cu + \overset{++}{Sn} - 2\,(F) = Cu_3Sn$. Nel nostro caso, il primo risultato ottenuto col sistema Cu — Sb ci aveva indotti a credere che con la nuova tecnica si potesse realizzare la deposizione diretta del composto intermetallico, secondo i due processi elettrodici: *Anodo* $5Cu + 5\,(F) = 5\overset{+}{Cu}$; *Catodo* $2\overset{+}{Cu} + \overset{+++}{Sb} - 5\,(F) = SbCu_2$. Ma gli esempi successivi ci hanno mostrato che anche qui la formazione del composto intermetallico avviene in due stadi, e perciò quello del $SbCu_2$ deve considerarsi un caso limite, dove la deposizione delle particelle di antimonio ha luogo così lentamente che prima di accumularsi in quantità notevole hanno tempo di convertirsi in composto rameoso. Con tutto ciò, è indubitabile che la abbondanza di ioni del metallo più positivo deve facilitare assai la formazione secondaria della lega, e quindi la nostra nuova tecnica si presenta degna di interesse. Si tratta ora di studiarne la portata effettiva, e quindi ci proponiamo di continuarne la applicazione, ai sistemi precedenti e ad altri opportuni, sia variando gli anioni (che, come è noto, hanno molta influenza, tanto sulla formazione delle leghe che nella manifestazione del loro potenziale elettrolitico), sia operando con diluizioni sempre maggiori del sale da precipitare (mantenendo invece elevata la concentrazione dei cationi più elettropositivi) in maniera da stabilire con la tecnica di Mylius e Fromm un raccordo, dal quale crediamo si possano attendere buoni risultati, sia infine operando con miscugli di sali fusi, come si è accennato pel sistema antimonio-bismuto.

(1) «Ber. deutsch. Ges.» 27, 1894, (630).

Chimica. — *Sul giallo di metilchetolo.* Nota di BERNARDO ODDO [1] presentata dal Socio E. PATERNÒ [2].

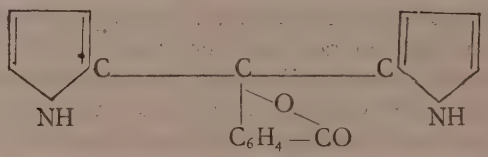
Col nome di *giallo di metilchetolo*, mi permetto indicare il sale di potassio del seguente acido:



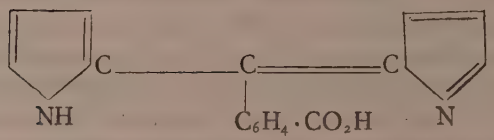
che si ottiene, come vedremo fra breve, per saponificazione della bi-(metilchetil)ftalide. Tale dicitura mi sembra giustificata anzitutto dalla bellissima colorazione giallo-oro, molto brillante che il detto sale presenta, poi per le notevoli proprietà tintoriali dell'acido libero, ed inoltre per riparare alla lunghezza del nome che, secondo l'ordinaria nomenclatura, suonerebbe come sale di potassio dell'acido α-metilindil-α-metilindoliden-fenilmetano-o-carbonico, mentre d'altra parte la letteratura è ricca di simili abbreviazioni.

Recentemente ho mostrato [3] che per azione del cloruro di ftalile sul magnesilpirrolo si formano due nuove sostanze isomere: la dipirrilftalide (I) e l'acido pirrilpirrolenfenilmetano-o-carbonico:

I.



II.



(1) Lavoro eseguito nell'Istituto chimico-farmaceutico della R. Università di Pavia.
(2) Presentata nella seduta del 1° febbraio 1925.
(3) B. ODDO e F. TOGNACCHINI, «Gazz. chim. ital.» 43, I, p. 265 (1923).

Il prodotto I rimane quindi del tutto paragonabile alla fenolftaleina, da cui il nome anche di pirrolftaleina, ed il prodotto II non è che l'isomero corrispondente alla supposta formola chinoide (se in soluzione alcalina) della ftaleina del fenolo. Questa non è un colorante e viene usata solo come indicatore, perchè, a complemento della medesima ipotesi, la molecola chinoide labile ritornerebbe a lattoide incolora per il più piccolo eccesso di un acido; la ftaleina del pirrolo invece, per trattamento con gli alcali non solo fornisce un'intensa colorazione gialla che riesce a fissarsi sulla lana e la seta, ma, fatto notevole, essa non scompare per acidificazione; anzi gli stessi acidi minerali diluiti (HCl e H_2SO_4) disciolgono il prodotto isomero stabile formatosi e le soluzioni risultano pure gialle, ciò che viene bene interpretato dalla formola II possedendo, ad un tempo, la funzionalità di acido e di base ad azoto terziario.

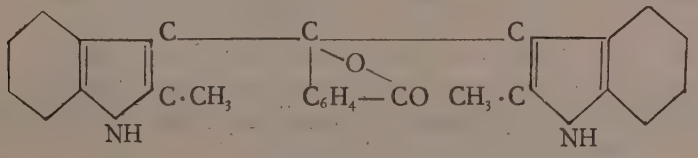
È mia intenzione studiare diffusamente queste reazioni non solo con pirroli ma anche con indoli, si da formare un interessante capitolo, in grandissima parte nuovo, ed in questa Nota preliminare voglio limitarmi ad accennare ai prodotti ottenuti col magnesilmetilchetolo.

Facendo agire su di esso il cloruro di ftalile si ottiene in definitiva una sostanza la quale, dopo un'accurata serie di purificazioni dall'alcool diluito e dall'etere acetico, si presenta in microcristalli colorati in rosso vivo, fondenti a 258° con decomposizione. Corrisponde alla formola:

$$C_{26}H_{20}O_2N_2 .$$

Trattata con potassa al 10 % si scioglie appena colorando il liquido in rosso viola; lasciata a sè la dissoluzione va però lentamente aumentando, e con essa la colorazione rossa. Non si scioglie negli acidi minerali (HCl—H_2SO_4) diluiti e freddi: però, per leggero riscaldamento, incomincia a disciogliersi dando la stessa soluzione rossa fornita dagli alcali.

Tale comportamento e la formola su riportata depongono a favore di una formola lattoide analoga a quella della pirrolftaleina e precisamente, del lattone del *di-(α . metilindil)-fenilcarbinolo-o-carbonico o di-(α-metilindil-ftalide*:



che, per analogia con la pirrolftaleina, indico anche col nome di *metilchetol-ftaleina*, formatasi in seguito alla reazione:

$$C_6H_4\begin{matrix}C=Cl_2\\ \diamond O\\ CO\end{matrix} + 2\,C_8H_4\,(MgB_r)\,(CH_3):NH = 2\,MgB_2Cl + C_6H_4\begin{matrix}C=[C_8H_4\,(CH_3):NH_2]\\ \diamond O\\ CO\end{matrix}.$$

È trattando questo prodotto, con potassa alcoolica e calda che si arriva al predetto giallo di metilchetolo, le cui soluzioni acquose, a loro volta, per acidificazione forniscono l'acido libero, intensamente colorato in rosso, e con proprietà tintorie spiccatissime: la lana e la seta si tingono in rosso con riflessi violacei anche in soluzioni diluitissime (0,001 %); così pure il cotone, ma è necessario prima sottoporlo alla mordensatura; le colorazioni sono poi stabili alla luce, all'azione dell'acqua, del sapone, come degli alcali liberi e degli acidi.

Assieme alla metilchetolftaleina, si ottiene poi un altro prodotto, che si comporta in modo completamente diverso da essa. Resiste alla potassa alcoolica al 100 % e rimane pressochè inalterato anche sottoposto alla fusione con potassa. È da ritenere che possa trattarsi di un isomero della metilchetolftaleina, a costituzione dichetonica:

$$C_6H_4\begin{matrix}C\text{———}CO\\ \diamond C\cdot CH_3\\ NH\end{matrix} - C_6H_4 - \begin{matrix}CO\text{———}C\\ CH_3\cdot C\diamond\\ NH\end{matrix}C_6H_4$$

per la contemporanea presenza, nel cloruro di ftalile usato, di cloruro simmetrico. A conferma di tale costituzione sono in corso delle esperienze, sulle quali verrà riferito in altro periodico, assieme alla descrizione dettagliata delle altre sostanze, ed ai rapporti col prodotto indicato da E. Fischer, e più recentemente ancora da C. Renz col nome di indoftalone.

Chimica agraria. — *Note di chimica pedologica. – 1° L'alcalinità del terreno nei rapporti con la sua costituzione litologica* [1]. Nota preliminare di U. Pratolongo presentata dal Socio Menozzi [2].

Nel corso di alcune mie indagini sistematiche sulla reazione dei terreni italiani, mi è accaduto di rilevare in alcuni terreni gradi di alcalinità elevati e persistenti anche dopo ripetuti dilavamenti e pertanto evidentemente collegati alla costituzione litologica dei terreni stessi.

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica Agraria del Regio Istituto Superiore Agrario di Milano.

(2) Presentata nella seduta del 10 febbraio 1925.

Se non che i costituenti petrografici alcalini cui è di regola attribuita l'alcalinità costituzionale dei terreni - la *calcite* e la *dolomite* essenzialmente - non sembrano atti a conferire al terreno e alle soluzioni che lo imbevono gradi di alcalinità superiori a $P_H = 8,0 — 8,2$, mentre non sono infrequenti i terreni la cui alcalinità costituzionale sale a valori $P_H = 8,8 — 9,0$. Costituiscono anzi questi un gruppo di terreni fisiologicamente e agrariamente molto interessanti, in quanto sono dotati di spiccato potere clorosante su alcune importanti culture, quali ad esempio la cultura della vite e degli agrumi.

Mi sono pertanto indotto ad indagare se e sino a qual limite l'elevato grado di alcalinità costituzionale di alcuni terreni poteva essere riferito ai comuni costituenti alcalini - *calcite* e *dolomite* - considerati in condizioni diverse dalle consuete e quali rapporti potessero intercorrere fra tali elevate alcalinità e l'eventuale presenza di costituenti alcalini non presi sinora in considerazione, quali l'*aragonite*, la *Gay-Lussite*, l'*idromagnesite* e l'*idrodolomite*.

Il problema offre un duplice aspetto, petrografico e chimico; l'indagine petrografica diretta, che certo racchiude in sè la soluzione del problema, sembra presentare per ora difficoltà insormontabili; ho dovuto pertanto limitarmi allo studio di alcuni aspetti chimici del problema, cercando di trarre dalla conoscenza delle proprietà chimiche di alcuni minerali qualche indizio circa la loro eventuale presenza nel terreno.

Dei risultati conseguiti in tale ricerca è dato qui conto in linea preliminare.

Calcite e *aragonite*. - Il grado di alcalinità che la calcite e l'aragonite, le due modificazioni principali sotto cui si presenta il carbonato calcico, possono conferire alle loro soluzioni acquose sature, in condizioni diverse di temperatura e di tensione dell'anidride carbonica, è facilmente accessibile al calcolo, oltre che all'esperienza, in base ai dati di solubilità e fu già per tale via valutato, per ciò che concerne la calcite, da W. R. G. Atkins e da Ruppin [1].

Ma nè il quadro delle solubilità delle due modificazioni è completo in ogni sua parte nè è dato per ora valutare col calcolo l'influenza che la varia finezza del prodotto spiega sulla sua solubilità. Ho dedicato pertanto una prima serie di ricerche analitiche alla determinazione diretta del grado

(1) In acqua esente d'acido carbonico la solubilità della calcite è commisurata a mgr. 13,1 per litro a 16°, cui corrisponde un grado di alcalinità $P_H = 9,15$. Ma se la tensione dell'anidride carbonica sale a 3.10^{-4} di atmosfera, la solubilità della calcite sale a 60 mgr. circa per litro mentre il grado di alcalinità della soluzione satura scende a $P_H = 8,37$. Cfr. W. R. G. Atkins, *Some factors affecting the hydrogenion concentration of the soil and its relation to plant distribution*. «The Scientific Proceedings of the Royal Dublin Society», XVI, p. 378, 1922.

di alcalinità che la calcite e l'aragonite sono atte a conferire alle loro soluzioni acquose sature in relazione al vario grado di finezza della fase solida del sistema.

Alcuni cristalli di calcite e di aragonite, vennero finamente polverizzati in mortaio d'agata e la polvere così ottenuta separata prima per stacciatura in setacci sericei di varia finezza e poi per levigazione in acqua.

Gli stacci sericei usati a tale scopo - N. 6 - 10 - 14, della numerazione tecnica convenzionale - avevano rispettivamente 28, 41, 53 maglie per centimetro, finezza cui corrispondono maglie quadrate di mm. 0.250 - 0.175 - 0.125 circa di lato. Il prodotto della polverizzazione dei due minerali venne per stacciatura frazionata separato in tre frazioni di finezza crescente.

I frazione - finezza da 250 - 175 μ
II frazione - » » 175 - 125 μ
III frazione - » » inferiore a 125 μ.

Per la determinazione analitica delle solubilità corrispondenti ad ogni finezza e del grado di alcalinità delle rispettive soluzioni sature, alcuni grammi del prodotto vennero sospesi in acqua e la sospensione mantenuta per alcuni giorni in energica agitazione facendo gorgogliare attraverso il sistema aria preventivamente lavata su poca acqua, sì da mantenere l'intero sistema alla pressione parziale di anidride carbonica che è proprio dell'aria atmosferica ($3 \cdot 10^{-4}$ atmosfere).

Sulla soluzione satura veniva saggiato il grado di alcalinità col metodo degli indicatori (Serie di Clark) e, in linea approssimata, la solubilità con un saggio acidimetrico.

Per il modo onde furono ottenuti, i risultati non hanno alcun valore assoluto, ma conservano intero il loro valore relativo, sufficiente agli scopi dell'indagine presente.

L'insieme dei risultati ottenuti è riassunto nelle tabelle seguenti:

CALCITE.

Finezza (diametri)	Solubilità approssimata a 13°	Grado di alcalinità delle soluzioni sature
I frazione tra 250 - 175 μ	mgr. 6 per litro	$P_H = 7,8$
II » » 175 - 125 μ	» 10 » »	$P_H = 8,0$
III » inferiore a 125 μ	» 18 » »	$P_H = 8,0$
IV » » » 5 μ (veloc. di caduta inf. a mm. 0,01 per sec.).	» 32 » »	$P_H = 8,2$

ARAGONITE.

Finezza (diametri)	Solubilità approssimata a 13°	Grado di alcalinità delle soluzioni sature
I frazione tra 250 - 175 μ	mgr. 10 per litro	$P_H = 7,8$
II » » 175 - 125 μ	» 13 » »	$P_H = 8,0$
III » inferiore a 125 μ	» 17 » »	$P_H = 8,0$

L'influenza che la finezza della fase solida spiega sulla solubilità della calcite e dell'aragonite risulta da tali determinazioni preliminari tutt'altro che trascurabile; il grado di alcalinità delle soluzioni sature rispettive, che è funzione logaritmica delle solubilità, non subisce peraltro che incrementi assai limitati e appena apprezzabili per finezze crescenti.

Per quanto emerge dalle determinazioni analitiche or ora riassunte, non pare pertanto che possano essere attribuite alle modificazioni note del carbonato calcico – *calcite* e *aragonite* – nè al loro vario grado di suddivisione gli alti gradi di alcalinità costituzionale che sono caratteristici di alcuni terreni.

Idromagnesite. — Non pare che la *magnesite* – carbonato di magnesio – possa avere esistenza duratura nel terreno [1]; in presenza di acqua, il minerale ha probabilmente una tensione di anidride carbonica superiore alla tensione parziale dell'anidride carbonica nell'atmosfera e tende pertanto a convertirsi in carbonato basico di magnesio.

Dei diversi carbonati basici cui dànno luogo la magnesia e l'anidride carbonica, l'*idromagnesite* ha forse caratteri tali di stabilità da assicurarle una esistenza meno effimera nel terreno. Una miscela di calcite e di idromagnesite – la così detta *idrodolomite* – si presenta infatti nei tufi del monte Somma, della Campania e del Lazio; e carbonati basici del tipo idromagnesite si separano dalle soluzioni acquose di sali di magnesio per azione dei carbonati alcalini, anche in presenza di sali solubili di calcio.

La solubilità dell'idromagnesite, determinata già da Kremers e da Bineau, è dell'ordine $1 - 2 \cdot 10^{-4}$ gr. per litro, a temperatura ordinaria.

Ho determinato direttamente il grado di alcalinità delle soluzioni acquose sature di idromagnesite col metodo degli indicatori (Serie di Clark); il grado di alcalinità raggiunto e persistente anche dopo lavaggi ripetuti è dato dalla cifra:

$$P_H = 9.2$$

alla temperatura di 14°-15°.

(1) MAC INTIRE W. H., WILLIS L. G. e HARDY J. I., *The non existence of magnesium carbonate in humid soils.* « Agricult. Exper. Station of the University of Tennesee », Bull. n. 107, 1904.

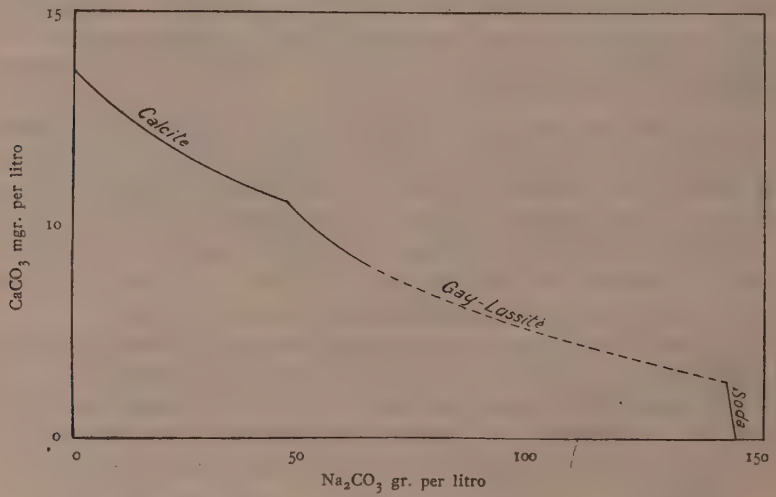
Gay-Lussite. — Solo eccezionalmente la *Gay-Lussite* - $Na_2CO_3 \cdot CaCO_3 \cdot 5\,H_2O$ - può trovare condizioni di stabilità nel terreno e in tali condizioni il terreno riesce del tutto sterile. Nulla era noto peraltro su tali condizioni di stabilità e i dati di solubilità presentavano divergenze piuttosto gravi (1).

Ho creduto pertanto opportuno rinnovare l'indagine, tracciando le linee fondamentali del sistema $CaCO_3$ — Na_2CO_3 — H_2O a temperatura ordinaria.

Le determinazioni preliminari di solubilità hanno dato i risultati seguenti:

Temperatura	Na_2CO_3 gr. per litro	$CaCO_3$ mgr. per litro	Fase solida
13°	—	13	Calcite
13°	10	7	Calcite
13°	50	5	Gay-Lussite
13°	150	—	Soda

Nel diagramma che segue sono delineate in linea approssimata le curve di solubilità dei tre prodotti - Calcite, Gay-Lussite, Soda – a temperatura ordinaria.



Il sistema *carbonato calcico - carbonato sodico – acqua* a temperatura ordinaria.

(1) La scomposizione della Gay-Lussite in acqua a freddo era già stata rilevata da *J. B. Boussingault*, da *J. Fritsche*, da *A. Favre* e *Ch. Soret*, da *O. C. Farrington*; G. Bischof aveva tuttavia accolto, nel «Lehrbuch der chem. und physik. Geologie» il rilievo, evidentemente errato, che «la Gay-Lussite non sfiorita non è attaccata dall'acqua».

Appare da tali dati che quando la concentrazione del carbonato sodico nelle soluzioni che imbevono il terreno raggiunga il limite del 5 % circa, la Gay-Lussite trova a tale concentrazione le condizioni di stabilità non solo, ma le condizioni per la sua stessa formazione, se sia presente Calcite.

Di regola nei nostri climi e per terreni sottoposti a dilavamento meteorico, tali condizioni non sono durevoli; se qualche terreno presenta le condizioni testè definite nella stagione arida, la Gay-Lussite che in tali condizioni può trarre origine è destinata a scomporsi nella stagione umida non appena la concentrazione della soluzione di carbonato sodico scenda al disotto del limite indicato. In ogni caso il terreno è colpito da sterilità completa.

La ricerca venne estesa alla *brucite* – $Mg(OH)_2$ – la cui solubilità è dell'ordine di mgr. 0,2 – 0,3 per litro a temperatura ordinaria e che conferisce alle sue soluzioni sature gradi di alcalinità dell' ordine $P_H = 10$, come è facile desumere dal calcolo e come risulta dalla determinazione diretta.

Se non che la *brucite*, anche quando fosse presente, avrebbe esistenza necessariamente effimera nel terreno; in secondo luogo non mi è accaduto sinora di rilevare nei terreni alcalinità costituzionali paragonabili a quella della brucite.

I risultati di queste ricerche preliminari presentano un alto interesse fisiologico e agrario.

Emerge infatti dai risultati stessi che i gradi elevati di alcalinità costituzionale che alcuni terreni presentano ($P_H = 8,8 - 9,2$) e che presentano fisiologicamente il più alto interesse, non sono riferibili, come fu già supposto, nè alla calcite, nè all' aragonite, anche se considerate in stato di grande suddivisione.

Tra i possibili costituenti litologici del terreno sinora presi in esame, il solo cui possa essere attribuita una così elevata alcalinità costituzionale è l' *idromagnesite*.

Che l' idromagnesite o un carbonato basico del tipo idromagnesite possa trarre origine nei terreni alcalini per azione dei carbonati alcalini sui sali solubili di magnesio, non v'ha dubbio. Meno sicuramente definite sono invece le condizioni della sua stabilità nel terreno.

È necessario pertanto lasciare all'indagine petrografica la constatazione dell'effettiva presenza dell'idromagnesite in tali terreni.

Mi è gradito rinnovare qui i miei ringraziamenti al dott. Pericle Parisi che mi ha validamente coadiuvato nell'esecuzione delle determinazioni analitiche qui riferite.

Chimica cristallografica. — *Acido mesotartrico idrato.* Nota di Mario Amadori [1] presentata dal Corrisp. N. Parravano [2].

Per alcune ricerche in corso mi interessava poter riconoscere e ottenere allo stato puro le varie forme degli acidi biossisuccinici: l'acido tartarico otticamente attivo (destrogiro), l'acido racemico e l'acido mesotartrico. Metodo più opportuno e sicuro per il riconoscimento dei singoli acidi allo stato cristallino e per la separazione eventuale di miscele è indubbiamente l'esame della loro forma cristallina e la separazione frazionata dei vari prodotti di cristallizzazione.

Mentre sono ben note le forme cristalline degli acidi tartarici otticamente attivi e dell'acido racemico, non è stata finora descritta la forma cristallina dell'acido mesotartrico.

La mancanza di dati sulla forma cristallina dell'acido mesotartrico mi ha indotto ad intraprenderne l'esame, anche per l'interesse che la conoscenza della forma cristallina dell'acido mesotartrico può presentare nel confronto con quella dei corrispondenti acidi tartarico attivo e racemico.

L'acido mesotartrico venne da me preparato con il metodo descritto da Winther [3]. Mi sono assicurato sulla natura del prodotto facendone l'analisi elementare quantitativa, determinandone l'acidità e riscontrando l'inattività ottica. A temperatura ordinaria cristallizza con una molecola di acqua, e corrisponde alla formula chimica $C_4H_6O_6 \cdot H_2O$. È molto solubile in acqua; le soluzioni sono molto dense, ed in assenza di germi si mantengono a lungo soprasature.

I cristalli più sviluppati hanno l'aspetto di cristalli prismatici a sei faccie irregolarmente sviluppate (*vedi figura*). Le sei faccie parallele all'asse z sono di tre pinacoidi: particolarmente sviluppata è la {010}, in minor grado la $\{\bar{1}10\}$. La pinacoide basale {001} è pure molto sviluppata. La pinacoide {101} è spesso poco sviluppata, ma è quasi sempre presente. La pinacoide {112} è sempre poco sviluppata e qualche volta mancante. In rari cristalli fu osservata la faccia $(\bar{1}10)$ assai poco sviluppata; non fu osservata la parallela (110).

I primi cristalli che si depositano nella cristallizzazione hanno l'aspetto di tavole rettangolari secondo {010}, smussate a due angoli opposti per la pinacoide {101}. Con l'accrescimento in generale assumono l'aspetto sopra descritto.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.
(2) Presentata nella seduta del 7 dicembre 1924.
(3) «Zeit. phys. Chemie» *56*, 486 (1906).

SISTEMA TRICLINO: CLASSE *PINACOIDALE*

$$a : b : c = 1{,}5461 : 1 : 1{,}2051$$

$$\alpha = 83^\circ\ 13'$$
$$\beta = 90^\circ\ 24'$$
$$\gamma = 104^\circ\ 42'$$

Forme osservate:

$$\{100\}, \{010\}, \{001\}, \{1\bar{1}0\}, \{101\}, \{112\}, \{110\}.$$

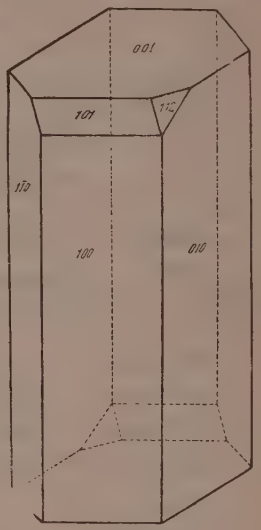
Spigoli misurati	Numero di determinazioni	Angoli osservati Limiti	Medie	Angoli calcolati
(100)·(010)	12	75° 0′— 75° 40′	75° 15′	*
(010)·(1̄10)	8	36° 8′— 36° 22′	36° 13′	*
(100)·(001)	23	90° 55′— 91° 38′	91° 22′	*
(100)·(101)	16	52° 15′— 52° 40′	52° 30′	*
(010)·(001)	15	96° 32′— 97° 12′	96° 54′	*
(101)·(1̄10)	5	107° 46′—108° 40′	108° 16′	108° 3′
(101)·(010)	4	49° 20′— 49° 58′	49° 42′	49° 51′
(112)·(001)	4	40° 56′— 41° 50′	41° 24′	41° 38′
(112)·(101)		(1)		30° 9′
(112)·(100)		(2)		64° 21′
(1̄1̄0)·(1̄00)		(3)		42° 36′

(1) Angoli osservati: 29° 0′; 29° 20′; 30° 10′; 30° 20′; 31° 2′.
(2) » » 62° 45′; 64° 20′; 65° 30′.
(3) » » 39° 30′; 43° 30′.

La forte solubilità della sostanza e la rapidità di cristallizzazione ostacolano spesso la formazione di faccie regolari e piane che bene riflettano alla illuminazione. Con pazienti esami si possono tuttavia trovare cristalli che danno immagini sufficientemente buone per le misure goniometriche. Particolarmente difficile è ottenere buoni dati per le faccette triangolari (112) e (1̄1̄2) che sono perciò escluse dal calcolo dalle costanti cristallografiche: però anche per queste si potè ottenere misure tali da stabilire con certezza la loro posizione. Anche per la faccia (1̄10) si ebbero immagini assai imperfette, ma la sua posizione fu stabilita in modo indubbio.

I cristalli presentano due sfaldature irregolari secondo {100} e secondo {010}.

A luce polarizzata parallela si osserva che su (100) una direzione di estinzione nell'angolo piano degli spigoli [100 : 010] e [100 : 001] fa 61° 42′ sullo spigolo [100 : 001]. Su (010) una direzione di estinzione nell'angolo piano degli spigoli [010 : $\bar{1}$10] e [010 : 001] fa 69° 30′ sullo spigolo [010 : 001].



A luce polarizzata convergente si osserva che da (010) esce un asse ottico quasi normalmente. Da (100) esce un asse ottico verso il limite del campo.

L'angolo degli assi ottici, per quanto si può giudicare dalla debole ed incerta curvatura del braccio nero dell'iperbole dell'asse emergente, dovrebbe essere molto grande e vicino a 90°.

Su (010) la traccia del piano degli assi ottici fa un angolo di circa 33° con lo spigolo [010 : 001] e di 56° con lo spigolo [010 : 100]. Su (100) la traccia del piano degli assi ottici fa un angolo di circa 22° con lo spigolo [100 : 001] e di 61° con lo spigolo [100 : 010].

Gli indici di rifrazione maggiore e minore, determinati per confronto osservando la linea luminosa di Becke con miscele di essenze di anice, di finocchio e di lavanda, risultarono: $n_g = 1{,}554$, $n_p = 1{,}478$. La doppia rifrazione è quindi elevata: $n_g - n_p = 0{,}076$.

Mineralogia. — *Studi sul quarzo – Fenomeni di corrosione in un cristallo di quarzo del ghiacciaio del Miage (M. Bianco).* Nota di Cavinato Antonio presentata dal Socio Brugnatelli Luigi [1].

Nel vallone del Miage, nel gruppo del Monte Bianco, il prof. A. Bianchi raccolse una serie di minerali che, cortesemente, mi offerse in istudio e dei quali tratterò in un lavoro di prossima pubblicazione. Tra questi trovasi un interessante cristallino di quarzo, che credo opportuno descrivere a parte per le particolarità, dovute a corrosione, che esso presenta.

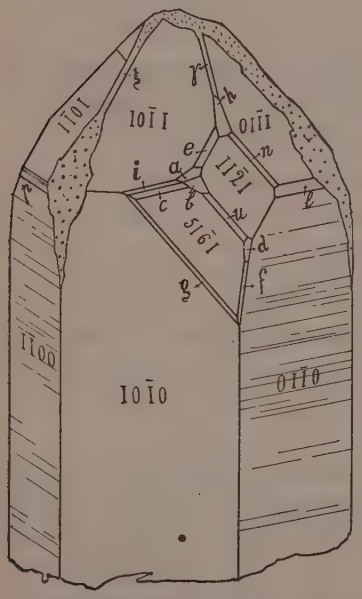
È un piccolo cristallo, che porta tracce di inclusioni di clorite presso l'estremità di attacco alla roccia anfibolica sulla quale trovavasi. È un quarzo

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Padova diretto dal prof. A. Bianchi. Presentato nella seduta del 16 novembre 1924.

destro, non geminato; ha abito normale, dato dalla combinazione delle forme fondamentali: $\{10\bar{1}0\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $01\bar{1}1\}$, $\{11\bar{2}1\}$, $\{51\bar{6}1\}$. A queste s'accompagnano sottili faccette del trapezoedro u $\{31\bar{4}1\}$ e dei romboedri acuti l $\{02\bar{2}1\}$ e p $\{0\cdot17\cdot\bar{1}7\cdot1\}$, trovate anche in altri cristalli dello stesso giacimento.

Le facce delle cinque forme principali sono tutte regolari e piane, e non presentano evidenti segni di corrosione, ma gli spigoli sono quasi tutti più o meno smussati o addirittura completamente corrosi.

Come si vede in fatti nel riportato disegno, il cristallo presenta anzitutto una completa corrosione del suo apice e dei tre vertici laterali alternantisi con quelli che portano le faccette di piramide trigonale $\{11\bar{2}1\}$.



Questa corrosione si continua, via via alleggerendosi, sino a scomparire, sui tre corrispondenti spigoli verticali del prisma: è così rispettata, e messa in evidenza anche dal fenomeno di corrosione, la simmetria trigonale del cristallo.

Dei tre spigoli tra le facce dei romboedri fondamentali, che corrispondono a queste zone di maggior abrasione, uno è completamente asportato, mentre gli altri due sono sostituiti da sottili faccette di corrosione. Per quanto le immagini date da queste facce siano molto deboli e irregolari, tuttavia, in base alle misure fatte e che riporto in fine del lavoro, si possono ad esse assegnare i simboli $\xi(2\bar{1}12)$ e $\xi'(\bar{3}2\bar{5}5)$. Non è senza interesse il far notare che la prima di queste facce fu ottenuta da Molengraaff [1] attaccando i cristalli di quarzo con carbonati alcalini, e che la seconda fu osservata come faccettina di naturale corrosione da Von Rath [2] in un cristallo di quarzo di Carrara.

Sugli altri tre spigoli fra i romboedri fondamentali il fenomeno della corrosione è meno intenso, e si hanno solo tre sottilissime smussature, a due delle quali è possibile dare simboli semplici e probabili, e cioè: $(\bar{5}32\bar{5})$, osservata come faccia naturale da Websky [3] nel quarzo di Striegau, e $\gamma(21\bar{3}3)$, che corrisponde ancora a una faccettina di corrosione ottenuta

(1) Molengraaff, *Studien ueber Quarz*. « Groth's Zeitschr. », XIV, 201 e XVII, 138.
(2) G. Vom Rath, *Mineralogische Mittheilungen*, 20° « Groth's Zeitschr. », X, 485.
(3) Websky, « Zeitschr. der geol. », 1878, XXX, 374.

artificialmente da Molengraaff attaccando i cristalli di quarzo sia con carbonati alcalini, sia con acido fluoridrico.

Il gruppo più interessante e numeroso di faccette è tutto intorno alla faccia di piramide trigonale e del trapezoedro $\{51\bar{6}1\}$: faccette, che credo di poter ritenere di corrosione, per analogia con le altre precedentemente ricordate, per il loro aspetto, per il fatto di non averle ritrovate negli altri cristalli di quarzo del Miage che non presentano corrosione, e per la loro posizione su alcuni di quegli spigoli che nelle esperienze di Molengraaff rivelano una maggiore facilità di preerosione e che si osservano spesso smussati anche nei noti cristalli corrosi del marmo di Carrara e in quelli del Madagascar studiati dal Lacroix (1).

Nella zona $[011]$ ho trovato le faccettine del trapezoedro negativo, già noto, $n\{14\bar{5}4\}$ (2), e quelle, poco inclinate su $\{51\bar{6}1\}$ è indicate con g, di un trapezoedro acuto positivo, che in base agli angoli seguenti:

Angoli misurati	Limiti delle osservazioni		Medie	Valori calcolati
$g : (10\bar{1}0)$	10° 38′	10° 48′	10° 43′	10° 45′
$g : (51\bar{6}1)$	1° 23′	1° 13′	1° 18′	1° 16′
$g : (01\bar{1}1)$	56° 5′	56° 3′	56° 4′	56° 7′

si determina col simbolo, non noto per le forme di quarzo $g\{17\cdot3\cdot\bar{2}0\cdot3\}$*.

Altra faccetta di corrosione, ben determinata, trovasi sullo spigolo $[10\bar{1}1 : 11\bar{2}1]$, e forma un angolo di 9° 13′ con $(10\bar{1}\bar{1})$ (calc. 9° 31′), di 19° 45′ con $(11\bar{2}1)$ calc. 19° 23′) e di 36° 5′ con $(10\bar{1}0)$ (calc. 36°). Anche Von Rath (3) ha notato tale forma come naturale nel quarzo della Carolina del Nord e le ha assegnato il simbolo $\mathbf{e}\{41\bar{5}4\}$ (4). Tale forma è rara, mentre la negativa corrispondente è ben nota (5).

Sullo spigolo $[10\bar{1}1 : 51\bar{6}1]$ trovansi due faccettine, indicate nel disegno con i e c: la prima appartiene alla zona $[10\bar{1}0 : 41\bar{5}4]$ ed ha il sim-

(1) A. Lacroix, *Mineralogie du Madagascar*. Tome I, 209, Paris, 1924.

(2) Quarzo di Val Malenco (Artini), di Meyland (Gounard) e della Carolina del Nord (Vom Rath). Nei quarzi corrosi per azione del K_2CO_3 Molengraaff ha ottenuto le faccette della forma vicina $\{13\bar{4}3\}$.

(3) G. Vom Rath, *Quarze aus Burche – County*. « Groth's Zeitschr. », 1886, X, 475.

(4) Notiamo che su questo stesso spigolo Molengraaff ha ottenuto per azione del K_2CO_3 la forma di simbolo prossimo $\{31\bar{4}3\}$.

(5) Traversella (Des Cloizeaux), Val Malenco (Artini, Rossignoli).

bolo $(8\bar{1}9\bar{4})$* [1], l'altra ha il simbolo $(61\bar{7}2)$*. Entrambi questi simboli rappresentano forme nuove, confermate in modo sicuro dalle seguenti misure:

$i\,(8\bar{1}9\bar{4})$	$(10\bar{1}0) = 21°$	calc. 21° 1′	$c\,(61\bar{7}2)$	$(10\bar{1}1) = 25° 45'$	calc. 25° 27′
»	$(10\bar{1}1) = 19° 20$ »	18° 38′	»	$(51\bar{6}1) = 5° 28'$ »	5° 37′
»	$(51\bar{6}1) = 11° 53$ »	12° 36	»	$(11\bar{2}1) = 23° 40'$ »	23° 48
»	$(41\bar{5}4) = 15° 4$ »	14° 59	»	$(10\bar{1}0) =$ »	15° 27

Due altre faccettine, come le precedenti di corrosione, sono sul vertice comune alle tre facce $r\,(10\bar{1}1)$, $s\,(11\bar{2}1)$, $x\,(51\bar{6}1)$: sono quelle indicate nel disegno con le lettere *a* e *b*, e per le quali, in base alle misure fatte si calcolano i simboli nuovi e semplici $a\,(41\bar{5}3)$* e $b\,(72\bar{9}3)$*.

$a\,(41\bar{5}3)$	$(10\bar{1}0) = 29° 25'$	calc. 28° 58′	$b\,(72\bar{9}3)$	$(10\bar{1}0) = 20° 50'$	calc. 20° 7½
»	$(11\bar{2}1) = 18° 29'$ »	17° 24½	»	$(11\bar{2}1) = 17° 41'$ »	18° 37′
»	$(10\bar{1}1) = 13° 8$ »	14° 15′	»	$(51\bar{6}1) = 9° 17'$ »	8° 40′
»	$(51\bar{6}1) = 19° 54$ »	19° 18½	»	$(01\bar{1}1) = 24° 34'$ »	24° 35′
»	$(31\bar{4}1) = 15° 27$ »	15° 13′	»	$(41\bar{5}3) = 12° 33'$ »	11° 14

Inoltre sugli spigoli tra le forme $\{51\bar{6}1\} : \{01\bar{1}0\}$ si trovano ripetutamente le faccette del trapezoedro $f\,\{10\cdot5\cdot\bar{1}5\cdot2\}$ osservato nei quarzi di Carrara [2] e le faccette *d* meno ben determinabili che avrebbero il simbolo più probabile $\{42\bar{6}1\}$*.

(1) Fra i cristalli di quarzo del marmo di Carrara, che si trovano nel Museo dell'Istituto di Mineralogia dell'Università di Padova, ve n'è uno corroso analogo ai tipi descritti ampiamente da Molengraaff (lavoro citato) e da Aloisi (cfr. Piero Aloisi, *Il quarzo dei marmi di Carrara*. «Mem. Soc. Toscana di Sc. nat.», 1909, XXV). Esso presenta le forme principali $\{10\bar{1}0\}$, $\{10\bar{1}1\}$, $\{01\bar{1}1\}$, $\{11\bar{2}1\}$, $\{51\bar{6}1\}$. Inoltre porta faccettine nitide dei romboedri acuti inversi $\{0\cdot11\cdot\bar{1}1\cdot4\}$, $\{055\bar{1}\}$, $\{077\bar{1}\}$, già noti nel quarzo di Carrara, e del trapezoedro $\{21\bar{3}1\}$, finora invece non osservato per il quarzo di questa località $\left((10\bar{1}1) : (21\bar{3}1) = 41° 49' — 42° 2 \text{ calc. } 41° 57'\right)$. Le facce non presentano traccia di attacco, ma i margini delle fratture del cristallo sono arrotondati e, come gli spigoli, preerosi. Anche in questo cristallo, sebbene risulti da una parziale compenetrazione di due individui sinistri geminati, si può osservare per le parti di maggior attacco (ove vertici e spigoli sono ridotti a una serie profondamente incisa dei tipici e ben noti rilievi di corrosione – vedi Aloisi, op. cit. fig. 1) una distribuzione analoga a quella che ho descritta per il cristallo del Miage. Dove si presentano le facce della piramide trigonale e del trapezoedro, gli spigoli attorno ad essi sono molto meno corrosi e solo leggermente smussati e sostituiti da faccettine. Fra queste va notato sempre presente, appunto fra $\{10\bar{1}1\}$ e $(51\bar{6}1)$, la $i\,\{8\bar{1}9\bar{4}\}$* da me osservate nel cristallino del Miage: l'angolo misurato è $(8\bar{1}9\bar{4}) : (51\bar{6}1) = 13° 10' — 13° 28' — 13° 39$ (calc. 12° 36). Altre smussature sono nella stessa posizione delle faccette **f** e **n** del quarzo del Miage: per la loro curvatura non si può però determinare se siano le stesse forme.

(2) Des Cloizeaux, *Mémoire sur la cristallisation*, ecc. «Mem. prés. par divers sav.». T. XV, «Acc. des Sc. Paris», 1858.

Infine una faccetta più estesa delle altre, alla quale non si riesce a dare un simbolo per la sua forte curvatura, è quella segnata nel disegno con la lettera *h*.

Riassumendo dunque le forme di preerosione osservate sono le seguenti:

$n\{14\bar{5}4\}$, $e\{41\bar{5}4\}$, $i\{81\bar{9}4\}$*, $c\{61\bar{7}2\}$*, $a\{41\bar{5}3\}$*, $b\{62\bar{8}3\}$*, $g\{17\cdot3\cdot\bar{2}0\cdot3\}$*, $f\{10\cdot5\cdot\bar{1}5\cdot2\}$, e probabili $\{23\bar{5}5\}$, $\{32\bar{5}5\}$, $d\{426\bar{1}\}$*, $\gamma\{21\bar{3}3\}$, $\xi\{2\bar{1}12\}$.

Oltrechè descrivere le faccette di preerosione e definirle coi simboli più probabili, ho insistito nel far notare, per il cristallino di quarzo studiato, la distribuzione delle zone di massima corrosione corrispondenti all'apice del cristallo e ai tre vertici laterali che alternano con quelli che portano la piramide trigonale, cioè nei settori delle direzioni positive degli assi, che si elettrizzano positivamente per raffredamento (piroelettricità). Per l'apice ciò è d'accordo con quanto fu trovato da Spezia [1] sulla velocità di corrosione del quarzo in soluzioni diluite di silicato sodico (velocità massima appunto nella direzione dell'asse *z*), e confermato dai solidi di corrosione ottenuti da Penfield [2] e da Lincio [3] con soluzioni di acido fluoridrico. Per i vertici laterali invece le maggiori corrosioni si presentano, nel mio caso, con disposizione diversa da quella osservata da Lincio e da Penfield nelle citate esperienze, perchè questi hanno ottenuto la corrosione maggiore in corrispondenza delle facce di piramide trigonale.

In alcuni cristalli di quarzo di Carrara, come in quello che ho descritto in nota, in alcuni cristalli, analogamente corrosi, del Madagascar descritti dal Lacroix, e così pure nel cristallo della Contea di Iridel descritto da Gill [4], si può osservare invece un orientamento delle zone più profondamente corrose, analoga a quella del quarzo del Miage.

Da queste considerazioni e dalle numerose corrispondenze già rilevate fra le faccettine di preerosione da me descritte, quelle osservate nei cristalli di Carrara e quelle ottenute dal Molengraaff con soluzioni di K_2CO_3, (corrispondenza che si riduce notevolmente quando si faccia il confronto con quarzi attaccati con H Fl) si potrebbe supporre che l'azione corrodente, per il cristallino studiato, sia dovuta all'attacco di sali alcalini, molto di frequente in soluzione nelle acque del suolo.

(1) G. Spezia, *Contribuzioni di Geologia chimica.* « R. Accad. Scienze Torino », 1899-1900.

(2) O. Meyer and S. L. Penfield, *Results obtained by etching*, ecc. « Connect. Acad. », VIII, 1890.

(3) G. Lincio, *Solidi di corrosione nel quarzo*, ecc. « Atti Soc. It. Scienze Nat. », 1916, LIV, 237.

(4) A. C. Gill, *Beiträge zur Kenntniss des Quarzes.* « Groth's Zeitschr. », 1894, XXII, 102.

Per le forme delle quali io non abbia già riportato i risultati delle misure riassumo qui le osservazioni fatte.

Angoli misurati	Limiti delle osservazioni	Medie	N. osserv.	Valori calcolati
$u : m = \{31\bar{4}1\} : \{10\bar{1}0\}$	18° 57′ 19° 15′	19° 7′	2	18° 29′
» $: s =$ » $: \{1\bar{1}21\}$	18° 56′ 18° 37	18° 48,	2	19° 29′
» $: r =$ » $: \{10\bar{1}1\}$	28° 4	28° 4′	1	28° 42′
$n : \chi = \{14\bar{5}4\} : \{01\bar{1}1\}$	8° 10° 18′	9° 39′	2	9° 31′
» $: s =$ » $: \{11\bar{2}1\}$	18° 40′ 20° 56′	19° 44′	2	19° 23′
$\zeta : r = \{21\bar{1}2\} : \{10\bar{1}1\}$	22° 15′ 24° 3′	23° 9′	2	23° 8′
$\gamma : r = \{21\bar{3}3\} :$ »	15° 34′	15° 34′	1	15° 2′
» $: \chi =$ » $: \{01\bar{1}1\}$	30° 38′	30° 38′	1	31° 14′
$\gamma^o : r = \{32\bar{5}5\} : \{10\bar{1}1\}$	17° 25′	17° 25′	1	18° 15′
» $: \chi =$ » $: \{01\bar{1}1\}$	28° 47′	28° 47′	1	28° 1′
$\zeta' : r = \{23\bar{5}5\} : \{10\bar{1}1\}$	26° 31′	26° 31′	1	28° 1′
» $: \chi =$ » $: \{01\bar{1}1\}$	19° 44′	19° 44′	1	18° 15′
$f : x = \{10\cdot5\cdot\bar{15}\cdot2\} : \{51\bar{6}1\}$	10° 1′ 10° 15′	10° 8′	2	10° 10′
» $: m =$ » $: \{01\bar{1}0\}$	40° 51′ 41° 4′	40° 57 ½	2	41° 21′
$x : d = \{51\bar{6}1\} : \{42\bar{6}1\}$	8° 48 9°	8° 54′	2	9° 47′
$p : m = \{0\cdot17\cdot\bar{17}\cdot1\} : \{01\bar{1}0\}$	35° 30	35° 30	1	35° 34

Biologia. — *Una nuova specie di « Phyllirhöe » (Berg) la « Phyllirhöe Sanzoi ».* Nota del dott. A. Spartà [1], presentata dal Socio B. Grassi [2].

Nel gennaio del 1923 fu pescato nelle acque dello Stretto di Messina un esemplare di Phyllirhöe che, e per grandezza e per caratteri pigmentari, si differenziava a prima vista dalla *Ph. bucephala* P. e L. comune pel Mediterraneo.

Un tale esemplare non era stato, a ricordanza del Prof. Sanzo e del personale di questo Istituto, almeno per un ventennio, mai pescato.

(1) Dall'Istituto Centrale di Biologia marina in Messina diretto da L. Sanzo.
(2) Presentata nella seduta del 15 febbraio 1925.

Lo studio sulla organizzazione interna ne ha confermato ancora di più la diversità specifica sia dalle due forme di Phyllirhoidae conosciute pel Mediterraneo (*Phyllirhöe bucephala* P. L. e *Boopsis mediterranea* recentemente descritta dal Pierantoni) sia da quelle finora trovate per gli altri mari.

Denomino la nuova specie « Phyllirhöe Sanzoi n. sp. ».

L'esemplare pescato è forse il più grande che si conosca della famiglia dei Phyllirhoidae, raggiungendo in lunghezza ben mm. 45 e mm. 28 in altezza. Spessore da 1 a 2 mm. esclusa la porzione anteriore del sacco viscerale ove raggiunge da 3 a 4 mm. Ne risulta una forma laminare assai tozza, arrotondita e ben lontana da quella piuttosto snella di Ph. Bucephala a cui come si vedrà si avvicina di più.

Il capo è poco distinto dal resto del corpo; porta due rinofori corti, grossi alla base e progressivamente restringentisi a punta verso l'estremo distale; la presenza di pliche trasversali fa ammettere che nel vivente i due rinofori godano di un rilevante grado di distensibilità. Essi sono circondati alla base da una piega cutanea. La bocca ampia si apre sotto alla base dei rinofori su una sporgenza a mo' di bulbo, la quale per altro insieme ai rinofori si stacca poco dal contorno del corpo. Questo, immediatamente dopo, si rialza ad arco tanto dorsalmente che ventralmente, fino a raggiungere, quasi a metà della sua lunghezza, l'anzidetta altezza di 28 mm., per restringersi successivamente, sempre ad arco, fino all'inizio della regione caudale ove presenta un minimo di mm. 5,7 di altezza. Ne risulta così una forma discoidale su cui riesce ben distinta la porzione caudale, la quale si espande arrotondendosi e raggiungendo 10 mm. tanto in altezza che in lunghezza.

Sul margine posteriore è presente un'incisura diretta da dietro in avanti e dall'alto in basso.

Alla forma caratteristica si accompagnano caratteri pigmentari e di organizzazione altrettanto speciali.

Sul corpo sono visibili per trasparenza gli organi interni fra cui spiccano i ciechi epatici per essere colorati in violetto oscuro e il canale digerente in bruno rossastro. Dei cromatofori in bruno sono sparsi nel tegumento e con maggiore accentramento anteriormente sulle facce laterali. Una fine punteggiatura, anch'essa in bruno, segue il contorno dorsale e ventrale del corpo.

L'intestino si apre anteriormente sotto alla base dei rinofori con ampia fenditura in senso verticale, la quale immette in una grande faringe. A questa fa seguito un cortissimo e ristretto esofago che si apre indietro nella cavità stomacale nella cui porzione pilorica sboccano i ciechi epatici; segue indietro l'intestino terminale per aprirsi sul lato destro del corpo, con porzione slargata a modo di imbuto. Il decorso intestinale mentre da una parte richiama più da vicino quello di *Phyllirhöe bucephala*, dall'altra se ne distacca perchè il punto di sbocco dei ciechi epatici è nella forma in descri-

zione spostato assai in avanti, cadendo ad 1/5 quasi della lunghezza totale del corpo; e perchè il tratto posteriore a tale sbocco resta fortemente più lungo che il tratto anteriore. L'apertura anale poi cade alquanto al disopra del piano orizzontale mediano longitudinale; il tratto imbutiforme è contiguo al lato destro del sacco renale e sopra alla glandola ermafroditica che occupa, quasi, il centro del corpo.

I ciechi epatici hanno in questa forma un grande sviluppo in lunghezza. Sono quattro: due dorsali a sbocco separato, e due ventrali a sbocco unico come in *Ph. bucephala*. Ma oltre al rilevante spostamento in avanti della zona di sbocco offrono altri due caratteri del tutto differenti relativamente allo sviluppo ed al colore. Come si è già accennato i quattro ciechi si distinguono dalla massa degli altri organi per il loro colorito violaceo. I due ciechi posteriori (l'uno dorsale e l'altro ventrale) si distanziano in origine fortemente fra loro e si prolungano quindi indietro fino alla radice della coda convergendo gradatamente con decorso ad arco sinuoso; i due anteriori si distanziano anch'essi fortemente in senso opposto, e piegano quindi a gomito in avanti, raggiungendo la regione cefalica. I ciechi epatici si estendono pertanto per tutta la lunghezza del corpo esclusa la regione caudale che ne rappresenta i 2/9. I ciechi anteriori presentano delle pliche trasversali.

Il sacco renale è ampio, a forma tubolare, e si estende dalla regione cardiaca fino all'inizio della coda, tenendosi in questo percorso fra i due ciechi epatici posteriori e raggiungendone, senza oltrepassarli, la parte terminale. Il cuore si trova dorsalmente all'angolo formato fra i due ciechi epatici dorsali e cade dall'estremo anteriore, ad un quarto della lunghezza totale del corpo.

Non è distinguibile alcun orifizio escretore.

Le glandole ermafroditiche sono in numero di tre, moriformi, ma leggermente compresse lateralmente, e tutte e tre presso a poco della stessa grandezza. Due si susseguono, l'una dietro l'altra, dietro il condotto comune dei ciechi epatici ventrali, restando nella metà anteriore del corpo, alquanto più in avanti della sezione verticale a livello dell'apertura anale. La terza glandola giace più addietro ma assai più dorsalmente sino al piano orizzontale mediano, ventralmente tra il sacco renale e l'apertura anale. Il condotto di questa terza glandola procede orizzontalmente in avanti per confluire con quello verticale quasi, del tratto di condotto comune alle due prime glandole. Procede unico in avanti per discendere ventralmente tenendosi a sinistra del condotto comune dei due ciechi epatici e raggiungere lo sbocco genitale che resta assai ventralmente nel quinto anteriore della distesa del corpo.

Sulla parte ventrale, dietro il collo, notasi un lieve ispessimento cutaneo rilevabile ad un certo ingrandimento, e da interpretarsi come rudimento del piede.

I caratteri sopradescritti permettono di affermare:

la specie in discussione appartiene alla famiglia dei *Phylliroidae*;

la presenza di un sacco renale e la posizione laterale dell'apertura anale, fanno escludere senz'altro i due generi *Acura* H. e A. Adams; *Ctilopsis* E. André e *Boopsis*, quest'ultimo recentemente creato dal Pierantoni, e ci fanno riportare al genere *Phyllirhöe*, di cui si conoscono sinora due specie: la *Ph. bucephala* e la *Ph. atlantica*;

la forma e grandezza del corpo, i caratteri pigmentari, il capo pochissimo distinto dal corpo, l'enorme sviluppo e l'andamento dei ciechi epatici; lo spostamento in avanti del loro sbocco nel tubo digerente, lo sviluppo del cieco renale, la mancanza di un poro escretore; il numero e la posizione delle glandole ermafroditiche l'andamento dei rispettivi condotti bastano parte a farci escludere la *Ph. bucephala*, e parte la *Ph. atlantica*. Ci troviamo di fronte ad una nuova specie, che dedico al Prof. Sanzo, e della quale verrò in un prossimo lavoro ad intrattenermi più dettagliatamente con il corredo della figura dell'esemplare che ha dato luogo alla presente nota preventiva.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Socio Dainelli legge la seguente Commemorazione del Socio Nazionale Prof. Carlo De Stefani:

Nel dodicesimo giorno dello scorso dicembre moriva in Firenze, dopo assai più che un mese di malattia, Carlo De Stefani, decano dei geologi italiani. Nel giudizio del pubblico, forse, Egli moriva solo, perchè non aveva una famiglia sua, e, — si può quasi dire, — non un parente al mondo. Ma certo, in quel mese passato nella previsione sicura e cosciente della morte irreparabilmente vicina, assaporò, — come forse mai nella vita, — la dolcezza dell'affetto che gli veniva dai pochi amici fedeli e dai suoi più vicini scolari: ed a questi, sopra tutto, parve rivelare quell'attaccamento, che fin allora aveva quasi contenuto. Fu una preparazione incredibilmente serena al gran mistero della morte, che poi giunse e lo sfiorò e lo prese, senza che Egli, il quale pure l'attendeva, neanche se ne accorgesse. Fu tutto nostro il dolore, nel momento supremo del distacco.

Io non so: ma se l'Istituto Geologico fiorentino non avesse, proprio in quest'anno, trasportato le proprie collezioni e la propria biblioteca nel nuovo grande palazzo, ma fosse ancora nella sua vecchia sede di San Marco, non so come noi vi potremmo ritornare senza provare ogni giorno una specie di stringimento al cuore, non ritrovandovi più la figura cara e caratteristica del nostro maestro.

Nacque Carlo De Stefani il 9 maggio del 1851 in Padova dal padre Professore Luigi. Era un padre del quale aveva ragione di sentirsi fiero: galantuomo d'antico stampo, come crebbe anche il figlio, e patriotta fervente della prima ora, compagno di Pietro Fortunato Calvi nella difesa del Canal di Brenta, poi esule in Piemonte, poi professore e preside di Liceo in Toscana.

Non fu, questo destino del padre, — che dai nativi monti dei Comuni Vicentini lo portò in riva dell'Arno, — non fu senza importanza nella vita del figlio. Chè questi si rivelò, proprio in Toscana e per la influenza esercitata da un grande Maestro, il Meneghini, quell'appassionato, ansioso, inquieto osservatore del paesaggio naturale e della sua costituzione, che poi divenne forse, Lui veneto, il più genuino continuatore della gloriosa scuola geologica toscana.

Non si avviò, veramente, allo studio della Geologia o, comunque, delle scienze. Si immatricolò nella Università di Pisa, uscendone, il 26 luglio del 1870, dottore in legge. E nella Università Senese ebbe nel '76 l'incarico dell'insegnamento della Statistica, poi, due anni più tardi, quello della Economia politica, che tenne anche più a lungo. Sì che se alcuno abbia la curiosità o l'opportunità di scorrere i suoi scritti d'indole naturalistica, che Egli veniva pubblicando, in quel torno di tempo, con una intensità di produzione già meravigliosa, vedrà che al nome dell'autore è premessa la qualifica, — l'unica, d'altronde, che gli potesse spettare, — di « avvocato », ed « avvocato », forse con intenzione, lo indicavano quei geologi, coi quali allora era sovente in polemica vivace. Sono di quel periodo una quindicina di scritti, che hanno per argomento questioni economiche, d'indole generale o pur anco speciale, e pure una *Monografia agraria del Circondario di Castelnuovo di Garfagnana* (1883, 118 p.), che appare certo, anche oggi, una delle migliori parti di quella poderosa « Inchiesta agraria » diretta dall'Iacini. Più tardi ritornò solo raramente ad argomenti che possono ricordarci le sue prime origini di studioso di questioni economico-politiche; ma la sua attività può dirsi chiusa con un volume, che la morte ha lasciato incompiuto nella stampa, su la storia dei Comuni della Garfagnana, frutto di pazienti e diligenti ricerche negli archivi italiani.

La sua vocazione però era un'altra. In certi appunti che ho ritrovato tra le sue carte, Egli ha lasciato scritto come le collezioni geologiche e paleontologiche, — che ancora oggi si conservano nel Liceo di Livorno, — fossero iniziate ed arricchite da Lui, con quanto Egli raccoglieva nelle escursioni fatte, nei giorni o nei periodi di vacanza, nei Monti Livornesi e della Castellina, nel Volterrano, nel Pistoiese, nelle Alpi Apuane. E andato poi studente universitario a Pisa, frequentò assiduamente la scuola e il gabinetto diretto dal Meneghini, che prese ad amare questo giovane così, naturalmente, appassionato per la Geologia, tanto da profferirgli il posto di suo « aiuto ».

Se noi guardiamo a quanto Egli ha lasciato di studi naturalistici di quel primo periodo di attività che va dal '70 all' '82, non possiamo a meno di esserne profondamente meravigliati: tanto più pensando che in quello stesso periodo Egli doveva a Siena impartire un insegnamento universitario, ed in relazione con questo mostrava pure una non mediocre produttività di studioso, ed aveva poi il tormento di una vita apparentemente segnata da un destino avverso.

Geologici sono i primi scritti; ma quasi tutti Egli ha evitato di citare in quelli successivi: taluno, anzi, ripudiando addirittura. Il vero metodo, nella ricerca paziente, nella osservazione acuta, nella diligente indagine bibliografica si manifesta in un robusto manipolo di scritti dedicati allo studio della malacologia vivente e pliocenica d'Italia e specialmente toscana. Tre, sopra tutti, mostrano lo studioso già maturo: *Molluschi continentali fin ad ora notati in Italia* (1876-1881, 197 p.), *Molluschi pliocenici dei dintorni di Siena* (1878, 214 p.), in collaborazione con Dante Pantanelli, e *Molluschi viventi nelle Alpi Apuane, nel Monte Pisano e nell'Appennino adiacente* (1883, 245 p.): non solo per la mole loro, ma specialmente perchè dallo studio di queste faune, estinte o viventi, l'autore è tratto a deduzioni sull'ordinamento del Terziario recente e sulla filogenia delle specie attuali.

Ma questi studi faunistici quasi non costituivano, — se si considera nel suo complesso l'opera compiuta dal De Stefani in quel primo periodo, — quasi non costituivano se non la necessaria preparazione fondamentale che ogni geologo deve formarsi. Lo immaginiamo, — sulla guida delle innumerevoli note ch'egli veniva pubblicando, — lo immaginiamo infaticabilmente peregrinante per i piani ed i colli ed i monti di Toscana, di tutto curioso e di tutto diligente osservatore e annotatore. Il geologo di razza si manifesta subito; e tra i molti suoi scritti, alcuni licenzia di maggior lena: sono le *Considerazioni stratigrafiche sulle rocce più antiche delle Alpi Apuane e del Monte Pisano* (1875, 150 p.), è la *Geologia del Monte Pisano* (1877, 128 p.), la *Descrizione degli strati pliocenici dei dintorni di Siena* (1877, 63 p.), la *Montagnola Senese* (1880, 151 p.), il *Quadro comprensivo dei terreni che costituiscono l'Appennino settentrionale* (1881, 44 p.). Tutta la Toscana, dunque, era abbracciata già dalla sua esperienza di geologo. Ed è proprio questo suo primo periodo di attività intensa, che lo ha reso il vero continuatore di quella scuola, della quale Meneghini era stato glorioso maestro. La sua attività, però, ebbe più largo respiro, e più ampi confini il suo campo di indagine.

A ciò un momento decisivo fu forse segnato dal suo passaggio a Firenze, dove nell' '83 si recò per seguire la scuola e frequentare il gabinetto diretto da Antonio Stoppani, un altro maestro della Geologia italiana. Ma una rinomanza, come studioso, se l'era già, Egli stesso, conquistata. Potevano ancora, i suoi contradittori in talune polemiche scientifiche, chiamarlo l' « avvocato » De Stefani; ma dal Comitato Geologico aveva incarico di

taluni rilevamenti, e dal Ministero dell'Istruzione dello studio della Calabria meridionale, e da quello dell'Agricoltura delle ricerche intorno al bacino lignifero garfagnino. Nell' '85 era professore straordinario di Geologia a Firenze, nella cattedra che poi ha sempre tenuto fino alla morte.

La Toscana rimane ancora campo, che sembra inesauribile, alla sua osservazione. È impossibile seguirlo da vicino. Si può soltanto ricordare gli interessanti studi sopra i laghi dell'Appennino (1883, 42 p.), o sugli antichi ghiacciai delle Apuane (1890, 30 p.), o sulle acque del bacino fiorentino (1891, 60 p.), o sulla sorgente della Pollaccia in Garfagnana (1895, 51 p.), o sui soffioni boraciferi di Larderello (1897, 26 p.; 1899, 38 p.), o sui fossili della Creta (1885, 49 p.), e del Lias (1886, 68 p.) e del Pliocene senese (1888, 56 p.), o sulla flora carbonifera del Monte Pisano (1891, 39 p.), o sulle ligniti del Serchio (1887, 30 p.; 1887, 42 p.), o sulle rocce eruttive dell'Appennino settentrionale (1889, 89 p.). Ma *le pieghe delle Alpi Apuane* (1889, 112 p.) vogliono essere particolarmente ricordate, perchè rappresentano la sintesi di un periodo ormai quasi trentennale di ricerche personali e di vedute spesso nuove.

Ma non più, ormai, soltanto la Toscana: tutta l'Italia, — si può dire, — è già divenuta, per Lui, campo di studio. E se il volume su *Iejo Montalto e Capo Vaticano* (1884, 292 p.) rimane ancora forse il miglior contributo alla conoscenza geologica della Calabria, ecco i *Vulcani spenti dell'Appennino settentrionale* (1891, 107 p.), studio di sintesi che valse a molto chiarire nella successione e nelle condizioni del vulcanismo quaternario, ed ecco gli studi tectonici dell'*Appennino fra il Colle dell'Altare e la Polcevera* (1887, 40 p.) e la *Descrizione sommaria delle principali pieghe fra Genova e Firenze* (1892, 24 p.; 1892, 38 p.), che permisero all'autore di entrare, autorevolmente, nella allora fra i geografi dibattuta questione della *Divisione delle montagne italiane* (1892, 32 p.).

Pare, del resto, che quella certa irrequietezza che era nel suo carattere, si manifestasse nella continua sua mobilità da un capo all'altro d'Italia. Tutta la Penisola Egli percorse, e visitò a più riprese le isole dell'arcipelago toscano, e fu in Sardegna, e fu in Corsica; e di tutti i luoghi veduti ridisse, sempre con larga messe di osservazioni nuove; e se già era stato anche fuori d'Italia, in Francia, in Olanda, nel Belgio, in Tunisia, ed altrove, sempre per accrescere la esperienza propria, scrisse però di Sàmos, di Càrpatos, di Leucade, e dettò quel suo volume su *Les terrains tertiaires superieurs du bassin de la Mèditerranèe* (1891, 223 p.), studio di pura sintesi e di ampio respiro, con il quale Egli intese sostenere e provare come terreni geologici spesso ritenuti cronologicamente, perchè litologicamente, diversi sieno invece coevi, ma rispondenti soltanto a diversità di ambienti naturali e quindi anche di *facies*.

Nè la sua attività accennava a sostare. Anzi, quando noi divenimmo suoi scolari, – e intendo dire soltanto del mio gruppo, che può andare da

Olinto Marinelli a Giuseppe Stefanini, il primo e l'ultimo in ordine di tempo, – Carlo De Stefani sembrava volesse estendere sempre più la sua attività: non come argomenti soltanto, ma anche veramente come territorio da lui percorso ed osservato con passione, direi quasi con ansia, tanto più crescente, quanto maggiore, con la maturità della vita, si era fatta la sua esperienza di scienziato. E ci dà, – senza soste, senza interruzioni, senza riposi, – come una sorgente che non cessa di sgorgare le sue acque cristalline, lavori sempre nuovi, su soggetti anche spesso nuovi, nei quali non manca mai la impronta strettamente personale. E per citarne due soltanto, ricorderò, di questo periodo, le *Flore carbonifere e permiane della Toscana* (1901, 212 p.), e *Die Phlegräischen Felder bei Neapel* (1907, 201 p.), non per la maggior mole soltanto, ma per mostrare, quasi direi, l'eclettismo di questo singolare scienziato, al quale sembrava ignota la specializzazione, ma che in ogni campo d'indagine poteva apparire uno specialista. Nè vi era sosta neppure nelle sue escursioni, che lo portavano dalle Alpi del Sempione alla Sicilia, e poi a Malta e poi a Tunisi, dandogli occasione, sempre, a nuovi studî. Ma iniziò allora quelle gite, tante volte ripetute, nelle terre ad Oriente del Mare Adriatico, – dall'Istria giù per le isole del Quarnaro, e in Dalmazia, ed in Bosnia, e nel Montenegro, e in Albania, e nelle isole Jonie, ed in Grecia, – dalle quali trasse un nuovo, relativamente breve ma succoso volume di sintesi, quello sulla *Géotectonique des deux versants de l'Adriatique* (1908, 88 p.).

Ben poteva il De Stefani, – che per la quotidiana dimestichezza, nella prima gioventù, con maestri come il Savi e il Meneghini, e per la intima conoscenza, talora affettuosa fratellanza, con quanti erano geologi e naturalisti in genere in Italia e fuori d'Italia, e per la lunga e così varia e così intensa esperienza personale, aveva assistito, attivamente partecipe, ai progressi delle nostre scienze, – darci quelle rassegne sui progressi, appunto, da queste fatti nel cinquantennio che si chiudeva attorno al 1910 (*Le acque in terraferma e i fenomeni glaciali secondo gli studî dell'ultimo cinquantennio*, 1911, 23 p.; *Il mare e i terreni sedimentari secondo gli studî dell'ultimo cinquantennio*, 1911, 11 p.; *Fisica terrestre e geologia nell'ultimo cinquantennio, specialmente in Italia*, 1911, 61 p.; *La geologia endodinamica in Italia nell'ultimo cinquantennio*, 1912, 34 p.; *Lo studio dei movimenti del suolo nell'ultimo cinquantennio, specialmente in Italia*, 1912, 32 p.): rassegne, nelle quali, dentro il quadro della scienza che è e deve essere universale, Egli poneva però in giusta luce il contributo ad essa dato dalla paziente e fervorosa e spesso geniale opera degli Italiani.

Potevano forse apparire quasi scritte da chi, guardando dietro di sè, volesse rivedere il cammino percorso, lungo il quale Egli non era stato certo solo a marciare ma aveva comunque marciato fra i primi. Fu, però, uno sguardo dato al passato, quasi per trarne nuovo incitamento verso un ulteriore cammino. Ed ecco, tra i molti nuovi scritti, troviamo la descri-

zione di *Fossili carboniferi dell'isola d'Elba* (1919, 53 p.) e di *Fossili della Creta superiore raccolti in Tripolitania* (1913, 46 p.), o *Il Ghiacciaio del Brenta e gli altri ghiacciai nei Sette Comuni* (1912-13, 33 p.) ricostruiti quali furono nelle loro grandi espansioni quaternarie, o *La Grotta preistorica di Equi nelle Alpi Apuane* (1916, 43 p.) che si dimostrò così generosa di ritrovamenti ai suoi lunghi scavi, o *La regione sismica calabro-peloritana* (1912, 120 p.), il più notevole studio tra gli innumerevoli ai quali dette occasione il disastroso commovimento tellurico che portò tanti lutti e tante rovine nella estrema Italia meridionale.

Difficile è riassumere, brevemente, l'opera scientifica, così multiforme, di Carlo De Stefani: superfluo, del resto, dinanzi a chi la conobbe, come Voi tutti la conosceste.

Ebbe Carlo De Stefani vivacità d'ingegno che pareva tradursi nella vivacità penetrante dello sguardo. Ebbe però anche vivacità di carattere. E questa Lo portò, talora, a polemiche scientifiche, che parvero appassionate. Ma in queste polemiche mai Lo abbandonava la stima personale verso i suoi contraddittori ed il rispetto verso le loro idee. Ha mostrato, ad esempio, di combattere, un tempo, la teoria delle faglie, e, negli ultimi tempi, quella dei carreggiamenti. E poteva forse apparire, talora, troppo assoluto nelle sue negazioni. Egli, in realtà, voleva così solo combattere gli eccessi di chi, tutto preso dalla novità dell'una o dell'altra teoria, tendesse ad applicarla dovunque. E la teoria delle faglie, come motivo tectonico che valesse a spiegare tutte le condizioni stratigrafiche ed anche morfologiche che sembrassero altrimenti inspiegabili, si può dire, come generalità della sua applicazione, decisamente tramontata. Forse avverrà lo stesso dei carreggiamenti: ed allora apparirà nuovamente il giusto equilibrio, pronto contro ogni accesso di teorie nuove troppo appassionatamente applicate, di Carlo De Stefani. «I carreggiamenti, - mi scriveva in Svizzera, dove io li avevo veduti sotto la guida dell'Heim, - bisogna ammetterli quando ve ne è la prova; ma quando non vi è la prova, bisogna andar cauti e cercarla».

La cautela, sì, la cautela era la qualità che più raccomandava a noi suoi scolari: e potrà forse parer strano a chi abbia presente la sua stessa vivacità di polemica e di critica. Ma fu veramente grande maestro anche in questo: non sapeva soltanto incitare e sollecitare e consigliare i giovani, - e molti ne ha avuti, che oggi sono sparsi, come docenti, per le Università di Italia, - ma ne sapeva sopra tutto contenere lo slancio, quando gli fosse parso eccessivo in una via che, come quella della scienza, vuole perseverante diligenza e critica prudente.

E per questo noi tutto a Lui dobbiamo: ai suoi incitamenti, ai suoi consigli, sopra tutto al suo esempio. E molto alle sue conversazioni famigliari: quando - spogliatosi, come sapeva facilmente spogliarsi, della sua veste ufficiale, e facendosi per questo più vicino a noi, tanto distanti per

età e per sapere, - parlava, con voce pacata e calma, di quelle stesse questioni che più sembravano appassionarlo nelle sue polemiche. Allora, - e più nel mese della sua malattia, perchè quasi continua se ne offriva la occasione, - faceva talora la critica alle sue stesse idee, o cercava di giudicare le proprie e le altrui da un punto di vista superiore. E con una rapidità sorprendente di pensiero, che spesso sembrava colpirci impreparati, passava da un argomento all'altro, come a Lui, forse più che a ogni altro, permettevano la grande esperienza e la genialità della mente.

Buono e retto e signorile nella vita come nella scienza. E come nella scienza, anche nella vita largo di idee. Per questo volle e seppe abbracciare tutto il vasto campo della nostra scienza e penetrare anche quelle vicine. Di Lui posson bene ripetersi le parole che Egli disse qui, in questa Accademia, commemorando Igino Cocchi, un altro grande geologo della scuola toscana. Egli disse infatti: « La pusillanimità di badar solo a qualche piccola parte della scienza e di credere vero ed importante solo ciò che prediligiamo, non gli piaceva; perciò si occupava di molte cose, giacchè il saper vero dona e riceve da ogni parte ».

Altra Commemorazione legge il Socio Majorana del Socio Corrisp. prof. Pietro Cardani. Questa commemorazione sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Il Presidente e il Socio Grassi deplorano la recente e dolorosa perdita fatta dall'Accademia nella persona del Socio Corrisp. prof. Gaetano Gaglio, mancato ai vivi il 17 febbraio 1925, di cui ricordano i meriti e il grande valore. Altre parole di rimpianto pronuncia il sen. Fano, unendosi ai precedenti oratori.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

L'Accademico Segretario Castelnuovo presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra queste i lavori dei Soci Loria Gino e Lacroix; fa anche particolare menzione di una Relazione sulle onoranze tributate al Socio senatore B. Grassi per la doppia ricorrenza del suo 70° compleanno e del 40° anno d'insegnamento, e di un volume dove trovansi raccolte le pubblicazioni scientifiche di S. Bruce Mac Laren.

CONCORSI A PREMI

Lo stesso Segretario comunica alla Classe i seguenti elenchi dei concorrenti ai premi del Ministero della Pubblica Istruzione per gl'insegnanti delle Scuole medie:

ELENCO DEI CONCORRENTI

AI DUE PREMI MINISTERIALI PER LE SCIENZE *MATEMATICHE E FISICHE*

(Scadenza 31 ottobre 1924 — Due premi di L. 5000 ciascuno).

1. Natucci Alfredo. — « Il concetto di numero e le sue estensioni » (st.).

2. Tricomi Francesco. — « Sulle equazioni lineari alle derivate parziali di 2° ordine di tipo misto » (st.).

3. Sansone Giovanni. — 1. « I sottogruppi del gruppo di Picard e due teoremi sui gruppi finiti analoghi al teorema Dyck » (st.). – 2. « Le relazioni fondamentali fra le operazioni generatrici del gruppo modulare finito con coefficienti interi del campo di Gauss » (ms.). – 3. « I sottogruppi del gruppo modulare con coefficienti del corpo di Jacobi-Eisenstein e un teorema sui gruppi finiti » (ms.). – 4. « Sulle superficie rigate con un sistema di traiettorie isogonali alle generatrici deformabili in linee di livello » (st.). – 5. « Sulle superficie di rotazione con un sistema di traiettorie isogonali ai meridiani deformabili in linee di livello » (st.).

4. Frailik Mario. — « Ricerche teoriche intorno alla dinamica delle aeronavi » (ms.).

5. Maggini Mentore. — « Misure interferometriche di stelle doppie » (ms.).

6. Carrese Pietro. — « Le progressioni aritm-armoniche » (ms.).

7. Horn d'Arturo Guido. — « Le suture della lente cristallina e l'effetto della loro opacità » (st.).

8. Magini Ranieri. — « Ricerche sulla scarica elettrica a pressione molto bassa » (ms.).

9. Tagliazucchi Umberto. — « Il Blepografo » (Memoria) (ms.).

10. Levi Giorgio Renato. — 1. « Reazioni dei cloriti coi sali di idrazina e di idrossilammina » (st.). – 2. « Sulla esistenza dei cloriti alchilici » (st.). – 3. « Sulla stabilità delle soluzioni dei cloriti alcalini » (st.). – 4. « Cloriti di rame e di altri metalli » (st.). – 5. « Cloriti di mercurio e di altri metalli » (st.). – 6. « Cloriti di alcune cobaltiamine » (st.).

11. Gina Michele. — 1. « Sopra un nuovo metodo di preparazione di alcuni solfuri aromatici » (Nota I) (st.). – 2. « Un nuovo metodo di preparazione di alcuni solfuri aromatici » (st.). – 3. « Azione dell'idrossilamina sul trinitoto-luene » (st.). – 4. « Azione della benzalmetilamina sopra alcuni nitroderivati aromatici » (st.). – 5. « Azione delle fenilendiamine sui trinitrotolueni » (st.). – 6. « Sopra alcune nitroarilidrazine » (st.). – 7. « Sopra alcuni onitroidrazo composti » (st.). – 8. « Alcuni processi di sostituzione nell'anello benzenico » (st.).

12. Porlezza Camillo. — 1. « Sulla regola delle tre temperature » (st.). – 2. « Regola dei quattro volumi » (st.). – 3. « Calcoli chimico-fisici relativi al grado di dissociazione delle sostanze disciolte nelle acque minerali » (st.). – 4. « Osservazione sull'impiego del ferrocianuro potassico nell'analisi » (st.). – 5. « Ottenimento di ossalati sintetici a mezzo della anidride carbonica » (st.). – 6. « Regolarità nello spettro a bande del silicio » (st.).

13. Ganassini Domenico. — 1. « Ancora a proposito della ricerca rapida del bismuto nelle orine » (st.). – 2. « Sempre a proposito della ricerca del bismuto nelle orine » (Nota III) (st.). – 3. « Ricerca di chinina in presenza di antipirina o di piramidone » (st.). – 4. « Sul citrobismutato di sodio » (st.). – 5. « Ricerca e determinazione quantitativa delle vitamine » (st.).

G. C.

ELENCO DEI CONCORRENTI AL PREMIO MINISTERIALE PER LE SCIENZE *NATURALI*

(Scadenza 31 ottobre 1924 — Un premio di L. 5000).

1. Bezzi Mario. — 1. Diptera, Bombylüdae and Myiodaria from the Seychelles and neighbouring Islands (st.). - 2. Note on the Australian genus tapeigaster Macq. (diptera) with descriptions of new species (st.). - 3. L'alpinismo degli insetti (st.). - 4. Bombylüdae et Syrphidae (in Voyage de Ch. Alluand et R. Jannel en Afrique orientale) (st.). - 5. Les mâles de Musca Albina Wied et de Musca lucidula Loew (st.). - 6. The genus Urophora Robinean-Desvoidy in America (st.). - 7. Un oncodide italiano appartenente ad un genere nuovo per la fauna paleartica (st.). - 8. Eine neue, auf Javanischen chrysomeliden schmarotzende tachinide (diptera) (st.). - 9. Fissicorn tachinidae, with description of new forms from Australia and south America (st.). - 10. A new genus of Dolichopodidae (diptera) from Australia (st.). - 11. On the Australian Lonchaeidae (diptera) (st.).

2. Bellini Raffaello. — 1. La collina di Torino di fronte a Chivasso (st.). - 2. I vulcani d'Italia e i loro prodotti (ms.),

3. Silvestri Alfredo. — 1. Singolari Nodosarine dell'eocene piemontese (st.). - 2. Lo stipite delle Ellissoforme e le sue affinità (st.). - 3. Fauna paleogenica di Vasciano presso Todi (st.).

4. Cotronei Giulio. — 1. Ricerche sul pancreas dei Petromizonti (st.). - 2. Ulteriori osservazioni sull'influenza della tiroide sullo sviluppo degli insetti (st.).

5. Arcangeli Alceste. — 1. Revisione del gruppo degli Haplophthalmi. Isopodi terrestri (st.). - 2. Le «Stäbchendrüsenzellen» di Plehn e gli sporozoi Eimeria di Thélohan, Rhabdospora Thélohani di Laguesse sono fagociti mononucleati (st.) - 3. Cylisticus Pierantonii Arc., nuova specie di isopodo dell'humus (st.). - 4. Caratteri sessuali secondari e conformazione dell'apparato copulatore di Philoscia elongata Dollf nel periodo riproduttivo (st.). - 5. Osservazioni sopra i cromatofori dei pesci (st.). - 6. Contributo alla conoscenza degli Isopodi della Catalogna (ms.). - 7. Gli Isopodi terrestri della Sardegna (ms.). - 8. Contributo alla conoscenza della fauna isopodologica delle terre circostanti all'Alto Adriatico (ms.).

6. Corti Alfredo. — 1. Sul significato morfologico e funzionale dell'intestino ceco (st.). - 2. Contributo alla migliore conoscenza dei diverticoli ciechi dell'intestino posteriore degli uccelli (st.). - 3. Alcune osservazioni sullo sviluppo del tratto ileocolico in embrioni di mammifero sdentato «Dasypus novemcinctus» (st.). - 4. Studi di morfologia cellulare: Lacunoma, apparato interno del Golgi (trofospongio); condrioma; idiosoma (ms.).

7. De Fazi Remo. — 1. Preparazione del cloruro di tiocarbonile (st.). - 2. Alcuni bromo derivati dell'acenaftene (st.). 3. Studi intorno agli indoni. V. Trasformazione dell'ametil-β-fenil-indone in dimetil-difenil-truxoni per azione dei raggi ultra violetti (st.). - 4. Studi intorno agli indoni. VI. Sui metodi di preparazione degli indoni (ms.). - 5. L'energia raggiante nella chimica industriale (ms.). - 6. Sulla fotosintesi dell'acido L-fenil-β-difenil lattico (ms.). - 7. Studi intorno agli indoni. VII. Costituzione e sintesi dei truxoni (ms.).

8. Mola Pasquale. — 1. Idrobiologia sarda (ms.). - 2. Ittioparassitologia (ms.). - 3. Contributo alla biologia e classifica delle resedacee (ms.).

9. Castaldi Luigi. — 1. Studi sulla struttura e sullo sviluppo del mesencefalo (st.). 2. Rivendicazioni di priorità ad italiani per la conoscenza delle vie ottiche mesencefa-

liche (st.). – 3. Influenza della ghiandola tiroidea sull'accrescimento corporeo (st.). – 4. L'accrescimento somatico dell'uomo e le glandole endocrine, con particolare riguardo all'ipofisi ed epifisi (st.). – 5. Applicazioni biometriche a statistiche di pesi timici, con determinazione del grado di influenza del timo sull'accrescimento corporeo dell'uomo (st.). – 6. Sul pancreas intraepatico dei pesci (st.). – 7. L'influenza del timo sull'accrescimento corporeo determinata col metodo biometrico (st.). – 8. Alcune particolarità di struttura e di sviluppo del mesencefalo (ms.). – 9. Morfologia dell'acquedotto cerebrale (ms.). – 10. La superficie corporea media degli italiani (ms.). – 11. Su due cervelletti anomali (ms.). – 12. Alcune osservazioni sulla morfogenesi del cervelletto e della falce cerebrale nell'uomo (ms.). – 13. Ulteriori risultati di ricerche sperimentali sugli effetti della somministrazione di corticale surrenale alle cavie (ms.). – 14. L'accrescimento corporeo nell'uomo (ms.).

10. Feruglio Egidio. — 1. Le Prealpi fra l'Isonzo e l'Arzino (Descrizione geologica) (st.). – 2. L'Altipiano carsico del Ciaorlècc nel Friuli (st.). – 3. I limiti altimetrici della vite nel Friuli (st.).

11. Comes Salvatore. — 1. Germogliamento endocarpico sperimentale in Solanum Lycopersicum Mill (Nota II) (ms.). – 2. Osservazioni e considerazioni sulla biologia delle formiche (ms.).

12. Monterosso Bruno. — 1. Rinnovamento dell'epitelio e significato delle pieghe della mucosa nell'intestino di Balanus perforatus Brugnière (st.). – 2. Osservazioni ed esperimenti intorno alla vita sessuale dei ragni (ms.). – 3. Processi involutivi ed evolutivi contemporanei nell'organismo di peroderma cylindricum Heller allo stadio giovanile (ms.). – 4. Le appendici rizoidi cefaliche di peroderma cylindricum Heller (ms.).

13. Grande Stefano. — Il Piemonte (st.).

14. Martelli Valentino. — 1. Ecologia vegetale, compendio di corso libero tenuto nell'anno 1922-1923 nella Regia Università di Cagliari (ms.). – 2. Una storia sfortunata. La storia di Sardegna di Giuseppe Manno (ms.). – 3. Un vocabolario fortunato. Vocabolario della lingua italiana di Nicola Zingarelli (con una appendice di 12 pag.) (ms.). – 4. L'isola di Sardegna di Angelo Cossu (st.). – 5. La Sardegna ad uso degli Americani (ms.). – 6. Logica mineralogica del prof. Paolo Vinassa de Regny (ms.). – 7. La scienza allegra. Come vivono le piante del prof. Lino Vaccari (ms.). – 8. Traduttori e Traditori. I principi di biologia di Carlo Kraepelin tradotti dal dott. Alessandro Clerici (ms.). – 9. Una disavventura postuma di Henri Fabre. Costumi degli insetti. Traduzione di Maria e Ettore Fabietti (ms.).